REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION
EXAMEN DU BACCALAUREAT
SESSION DE JUIN 2013

Epreuve : **MATHEMATIQUES**	
Durée : **3H**	
Coefficient : **3**	
Section : **Sciences expérimentales**	**SESSION DE CONTRÔLE**

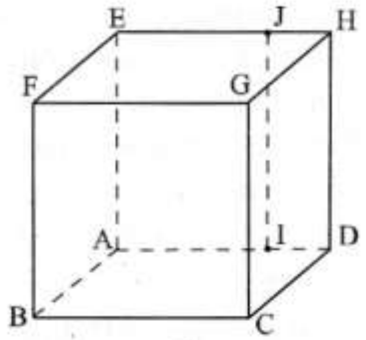
Le sujet comporte 4 pages. La page 4 / 4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (6 points)

Dans la figure ci-contre,

- ABCDEFGH est un cube d'arête 1.
- $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{EJ} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{AD}$

On note $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$ et $\vec{k} = \overrightarrow{AE}$ et on munit l'espace du repère orthonormé direct $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.



1) a) Déterminer les coordonnées des points F, G, I et J.

b) Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (IJ) est $\begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ z = \alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$.

Dans la suite de l'exercice α est un réel et M est un point de la droite (IJ) de coordonnées $\left(0, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \alpha\right)$.

2) a) Vérifier que $\overrightarrow{AF} \wedge \overrightarrow{AM} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{i} - \alpha\vec{j} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{k}$ et que $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BM} = \alpha\,\vec{i} + \vec{k}$.

b) En déduire que les triangles AFM et BCM ont la même aire.

3) a) Montrer que $\left(\overrightarrow{AF} \wedge \overrightarrow{AM}\right).\overrightarrow{AG} = -\alpha$ et que $\left(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BM}\right).\overrightarrow{BG} = 1$.

b) Montrer que

(M,A,F et G sont coplanaires) si et seulement si (M et I sont confondus).

c) Déterminer les points M de la droite (IJ) pour lesquels AFMG et BCMG sont deux tétraèdres de même volume.

Exercice 2 (4 points)

Une enquête faite dans un établissement scolaire (E) a montré que 9 élèves sur 30 consomment des drogues. Un test de dépistage est effectué pour un élève.

On désigne par A l'événement "l'élève testé est un consommateur de drogues".

1) Déterminer $p(A)$.

2) Une association de lutte contre les drogues a entamé une action dans cet établissement . Elle a organisé une session de traitement pour les consommateurs de drogues et une session de sensibilisation pour les non consommateurs.

L'association a constaté que:

Parmi les élèves consommateurs de drogues , 65% réussissent à arrêter toute consommation de drogues.

Parmi les élèves non consommateurs de drogues, 4% deviennent des consommateurs.

Un test de dépistage est effectué pour un élève après cette session.

Soit B l'événement " l'élève testé à la fin de la session est un consommateur de drogues".

a) Déterminer $p(B/A)$ et $p(\overline{B}/A)$.

b) Déterminer $p(B/\overline{A})$ et $p(\overline{B}/\overline{A})$.

c) Calculer $p(B)$.

3) Estimer le nombre d'élèves consommateurs de drogues dans une classe de 30 élèves de l'établissement scolaire (E) après la fin de la session.

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par $f(x)=\cos x$.

1) a) Calculer $f'(x)$, $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

b) Justifier que f réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ sur $[0,1]$.

2) Soit g la fonction réciproque de f.

a) Justifier que g est dérivable sur $[0,1[$.

b) Montrer que pour réel x de l'intervalle $[0,1[$, $g'(x)=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

(On rappelle que pour tout réel x, $\cos^2 x+\sin^2 x=1$).

3) a) Calculer $g\left(\frac{1}{2}\right)$ et $g\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

b) Montrer que $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{\pi}{6}$.

Exercice 4 (6 points)

Dans l'annexe ci - jointe $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan,

C_f et C_g sont les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = e^x - \frac{1}{x}$ et $g(x) = \ln x - \frac{1}{x}$.

C_f coupe l'axe des abscisses au point $A(\alpha, 0)$.

C_g coupe l'axe des abscisses au point $B(\beta, 0)$.

1) a) Donner le signe de $f(x)$ et celui de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$.

b) Justifier que $e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha}$ et que $\ln\beta = \frac{1}{\beta}$.

2) Soit h la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $h(x) = e^x - \ln x$ et C_h sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} h(x)$.

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{h(x)}{x} = +\infty$.

c) Vérifier que $h(\alpha) = -g(\alpha)$

d) Dresser le tableau de variation de la fonction h.

3) a) Vérifier que pour tout réel x de $]0, +\infty[$, $f(x) - h(x) = g(x)$.

b) Etudier la position relative des courbes C_f et C_h.

c) Construire C_h dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

4) Soit $a > 0$ .La droite Δ d'équation $x = a$ coupe les courbes C_f et C_g respectivement en M et N.

Montrer que la distance MN est minimale pour $a = \alpha$.

Annexe à rendre avec la copie