Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Techniques** | **Durée : 2 heures**

Exercice 1 :

1) Dans chacun des cas suivants, donner le domaine de définition de f et déterminer sa limite en $+\infty$:

a) $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 3$ **b)** $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$ **c)** $f(x) = x - \sqrt{x}$

d) $f(x) = x\sqrt{\dfrac{x}{x^2 + 1}}$ **e)** $f(x) = \sqrt{x + 1} - \sqrt{x}$

2) Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x + 2} - \sqrt{3}}{x - 1}$ **b)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^2(x)}{1 - \cos(2x)}$

Exercice 2 :

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$ par : $f(x) = \dfrac{x - 2}{x^2 - x - 2}$.

a) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Montrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$, $f(x) = \dfrac{1}{x + 1}$.

c) En déduire les limites : $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x)$.

2) On considère la fonction g définie par : $\begin{cases} g(x) = \dfrac{|x - 2|}{x^2 - x - 2} & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\} \\ g(2) = \dfrac{1}{3} \end{cases}$

a) Donner le domaine de définition de g. **b)** Étudier la continuité de g en 2.

Exercice 3 :

Sans utiliser la calculatrice, calculer les nombres suivants :

$A = \cos(\dfrac{\pi}{8}) + \cos(\dfrac{3\pi}{8}) + \cos(\dfrac{5\pi}{8}) + \cos(\dfrac{7\pi}{8})$

$B = \sin(\dfrac{2\pi}{5}) + \sin(\dfrac{4\pi}{5}) + \sin(\dfrac{6\pi}{5}) + \sin(\dfrac{8\pi}{5})$

$C = \cos^2(\dfrac{\pi}{10}) + \cos^2(\dfrac{\pi}{5}) + \cos^2(\dfrac{3\pi}{10}) + \cos^2(\dfrac{2\pi}{5})$

Exercice 4 :

Soit x un réel de l'intervalle $[0 ; \dfrac{\pi}{2}]$ tel que $\cos x - \sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

1) Montrer que $(\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2 = 2$.

2) **a)** Calculer $\cos x + \sin x$. **b)** En déduire $\cos x$ et $\sin x$.

3) Montrer que $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin 2x$. **a)** Calculer $\sin 2x$. **b)** En déduire x.

Exercice 5 :

Montrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \{\dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$: $\dfrac{\sin 3x}{\sin x} - \dfrac{\cos 3x}{\cos x} = 2$.

apcpedagogie.com