Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques — Classe : 3ème Sciences Informatiques — Barème : 20 points

Exercice N°1 : Prolongement par continuité (3 points)

3 pts

1- & 2- Pour $x \neq 3$, $f(x) = \dfrac{(x-3)(x-2)}{x-3} = x-2$, d'où $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = \lim\limits_{x\to 3}(x-2) = \boxed{1}$.

3- & 4- f est continue en 3 ssi $f(3) = \lim\limits_{x\to 3} f(x)$, soit $\boxed{a = 1}$. Pour $a = 1$, $f(x) = x-2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$: c'est une fonction affine, donc **continue sur $\mathbb{R}$**.

Exercice N°2 : Parité et centre de symétrie (4 points)

4 pts

1- a) & b) $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$ (symétrique par rapport à 0) et $f(-x) = (-x)^2 - |-x| = x^2 - |x| = f(x)$: $\boxed{f \text{ est paire}}$.

2- a) & b) $\boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}}$. Pour tout $x \neq 2$, $4-x \neq 2$ et $g(4-x) + g(x) = \dfrac{(4-x)^2+2}{2-x} + \dfrac{x^2+2}{x-2} = \dfrac{8x-16}{x-2} = 8 = 2(4)$: le point $\boxed{I(2\ ;\ 4)}$ est donc centre de symétrie de C_g.

Exercice N°3 : Lecture graphique (5 points)

5 pts

1- & 2- Domaine de définition : $\boxed{D_f = [-2\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 4]}$; domaine de continuité : $\boxed{[-2\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 1[\cup [1\ ;\ 4]}$. On lit $\boxed{f(1) = 0}$.

3- & 4- • $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{\sqrt{2}-1\ ;\ 1\ ;\ 3\}$ et $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in [-2\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ \sqrt{2}-1[\cup]3\ ;\ 4]$. • f est décroissante sur $[-2\ ;\ -1]$ (de -1 à -2), croissante sur $[-1\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 1[$ (de -2 à 2), puis sur $[1\ ;\ 2]$ (de 0 à 1) et décroissante sur $[2\ ;\ 4]$ (de 1 à -3).

5-, 6- & 7- • Maximum sur $[1\ ;\ 3]$: $\boxed{1}$ atteint en $x = 2$. • Nombre de solutions de $f(x) = m$: **0** si $m < -3$ ou $m \geq 2$; **1** si $m \in [-3\ ;\ -2[\cup]1\ ;\ 2[$; **2** si $m \in \{-2\ ;\ -1\ ;\ 1\} \cup]-1\ ;\ 0[$; **3** si $m \in]-2\ ;\ -1[\cup [0\ ;\ 1[$. • $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 0}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -1}$.

Exercice N°4 : Tableau de variation (4 points)

4 pts

1- & 2- • Sur $[-3\ ;\ 20[$, $f(-2)$ et $f(-0{,}5)$ appartiennent à $]-3\ ;\ 0[$; $f(1)$ et $f(2{,}5)$ appartiennent à $]0\ ;\ 2[$; $f(-0{,}5)$ et $f(4)$ appartiennent à $]-3\ ;\ 0[$. • $\boxed{f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3\ ;\ 0\ ;\ 3\ ;\ 9\}}$.

3- & 4- $f(x) > 0$ sur $]0\ ;\ 3[\cup]9\ ;\ 20[$ et $f(x) < 0$ sur $]-3\ ;\ 0[\cup]3\ ;\ 9[$. Extremums : $\boxed{\text{minimum absolu } -3 \text{ atteint en } x = -1 \text{ et } x = 5}$; $\boxed{\text{maximum local 2 atteint en } x = 2}$ (et maximum local 0 en $x = -3$).

Exercice N°5 : Inéquations trigonométriques (4 points)

4 pts

1- a) & b) Sur $]-\pi\ ;\ \pi]$: • $\sin x \leq \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \in]-\pi\ ;\ \dfrac{\pi}{3}] \cup [\dfrac{2\pi}{3}\ ;\ \pi]$. • $\cos x \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x \in [-\dfrac{\pi}{4}\ ;\ \dfrac{\pi}{4}]$.

2- & 3- En étudiant le produit des signes sur les intervalles délimités par $-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{2\pi}{3}$: le produit est positif ou nul lorsque les deux facteurs ont même signe, d'où

$$\boxed{S =]-\pi\ ;\ -\frac{\pi}{4}] \cup [\frac{\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{2\pi}{3}\ ;\ \pi]}.$$