Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Informatiques** | **Durée : 2 heures**

Exercice 1 : (4 points)

A- Déterminer les couples (x, y) d'entiers naturels vérifiant : $x + y = 2008$ et $x \wedge y = 251$.

B- Déterminer tous les couples (a, b) d'entiers naturels tels que : $7(a - 1) - 3b = 0$.

Exercice 2 : (4 points)

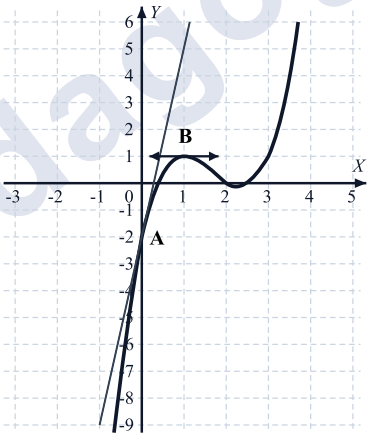
On considère la suite (U_n) définie par récurrence par : $\begin{cases} U_0 = 1 \text{ et } U_1 = 2 \\ U_{n+2} = 6U_{n+1} - 5U_n \end{cases}$

1. Calculer U_2, U_3, U_4. **2.** Résoudre l'équation du second degré suivante : $x^2 = 6x - 5$.

3. Déterminer deux réels A et B tels que : $U_n = A \times 5^n + B$. **4.** En déduire U_{10}.

Exercice 3 : (5 points)

On a tracé ci-dessous la représentation graphique C d'une fonction polynôme du troisième degré définie par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, où a, b, c et d sont des constantes réelles.



1) Lire graphiquement les coordonnées des points A et B de la courbe C.

2) Lire graphiquement le coefficient directeur des tangentes à la courbe C aux points A et B.

3) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f. **4)** En déduire un système d'équations vérifié par les réels a, b, c et d.

5) En déduire que $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$.

6) Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0 et la position de C par rapport à cette tangente.

apcpedagogie.com

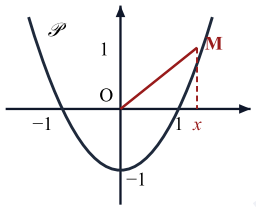
Exercice 4 : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{-x^2 + 2x - 1}{x}$. On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. **a-** Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
   b- Déterminer les abscisses des points de la courbe C où la tangente est horizontale.
2. Existe-t-il des points de la courbe C où la tangente admet un coefficient directeur égal à -2 ?
3. Déterminer les abscisses des points de la courbe C où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -\dfrac{2}{3}x - 5$.

Exercice 5 : (3 points)

Dans un repère orthonormé d'origine O, P est la parabole d'équation : $y = x^2 - 1$. On associe à tout nombre réel x, le point M de P d'abscisse x.



1) Démontrer que $OM^2 = x^4 - x^2 + 1$.
2) f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^4 - x^2 + 1$.
   a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe. **b)** Dresser le tableau de variation de f.
3) Déterminer la (les) position(s) de M sur P pour laquelle (lesquelles) la distance OM est minimale. Calculer cette distance minimale.

apcpedagogie.com