Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Techniques** | **Durée : 3 heures**

Exercice 1 : (5 points)

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On donne : $A(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)$ et $B(-\sqrt{3} + i)$.

1. **a)** Calculer le module et un argument de z_A et z_B. **b)** En déduire que A et B appartiennent chacun d'eux à un cercle qu'on précisera. **c)** Placer les points A et B dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

2. Montrer que l'on a : $\frac{z_B}{z_A} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6} + i(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{4}$.

3. **a)** Donner la forme trigonométrique et polaire de z_A et z_B. **b)** En déduire que l'on a : $\frac{z_B}{z_A} = [1 ; \frac{7\pi}{12}]$. **c)** Trouver alors les valeurs exactes de $\sin(\frac{7\pi}{12})$ et $\cos(\frac{7\pi}{12})$.

Exercice 2 : (3 points)

On dispose d'une urne contenant 3 jetons noirs, 6 jetons rouges et 2 jetons verts tous indiscernables au toucher. L'épreuve du jeu consiste à piocher au hasard successivement et sans remettre à chaque fois le jeton pioché 3 jetons de cette urne.

1. Dénombrer tous les tirages possibles. **2.** Dénombrer les tirages contenant trois jetons rouges.

3. Dénombrer les tirages contenant trois jetons qui sont de la même couleur.

4. Dénombrer tous les résultats contenant un tirage tricolore. **5.** Dénombrer tous les résultats contenant au moins un jeton rouge.

Exercice 3 : (6 points)

1. Combien peut-on former de nombres de quatre chiffres différents en utilisant les chiffres suivants : 9, 6, 3 et 8 ? Donner alors ces nombres.

2. Vingt personnes prennent le départ d'une course. Combien y a-t-il de tiercés possibles ?

3. **a)** Combien de mots de 3 lettres distinctes peuvent être formés dans un alphabet de 26 lettres ?
b) Combien de mots de 3 lettres peuvent être formés dans un alphabet de 26 lettres ?

4. Combien existe-t-il de façons différentes de répondre au hasard à un examen de 10 questions du type VRAI ou FAUX ?

5. On lance trois pièces de monnaie et deux dés cubiques tous bien équilibrés. Montrer que le nombre de résultats possibles est égal à 288.

6. Combien peut-on former de mots de deux lettres avec l'alphabet français si l'on veut que la première lettre soit une voyelle et que la deuxième soit une consonne ?

7. Montrer que le cardinal des nombres entiers composés de 3 chiffres vaut 900.

apcpedagogie.com

Exercice 4 : (3 points)

Dans le plan complexe P qui est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points B et C d'affixes respectives : $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $z_C = 2 - 2i\sqrt{3}$.

1. Vérifier que B et C appartiennent au cercle de centre O et de rayon 4 puis placer ces points dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

2. On considère le point A d'affixe : $z_A = \dfrac{z_B - z_C}{2}$.

a) Calculer z_A puis $|z_A - z_B|$, $|z_A - z_C|$ et $|z_B - z_C|$. **b)** En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 5 : (3 points)

On se donne la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{1 + U_n^2} \end{cases}$

1. Vérifier que la suite U n'est pas une suite géométrique.

2. **a)** Prouver que, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a : $U_n \neq 0$. **b)** Soit $n \in \mathbb{N}^*$, montrer que l'on a : $\dfrac{U_{n+1}}{U_n} = \sqrt{1 + \dfrac{1}{U_n^2}}$. **c)**

En déduire le sens de variation de la suite (U_n).

apcpedagogie.com