Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1

Épreuve : Mathématiques **Classe : 1ère année secondaire** **Barème : 20 points**

Exercice N°1 : Questions à choix multiple (4 points)

1) b) $\left(\sqrt{5}-2\right)^3 = 5\sqrt{5} - 3\times 5\times 2 + 3\times\sqrt{5}\times 4 - 8 = 17\sqrt{5} - 38$.
2) a) Une valeur absolue est toujours positive, donc $|x| \geq -2$ pour tout réel x : $A = \mathbb{R}$.
3) b) $\sqrt{u^2} = |u|$ et $\pi - 3{,}14 > 0$.
4) b) $\frac{1}{k} - 1 = -\frac{k-1}{k}$: le produit vaut $(-1)^{49}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\cdots\times\frac{49}{50} = -\frac{1}{50}$ (49 facteurs, simplification en chaîne).

Exercice N°2 : Radicaux et encadrements (4 points)

1) a) $\left(3+\sqrt{2}\right)^2 = 9+6\sqrt{2}+2 = \boxed{11+6\sqrt{2}}$; $\left(3+\sqrt{2}\right)^3 = (3+\sqrt{2})(11+6\sqrt{2}) = 33+18\sqrt{2}+11\sqrt{2}+12 = \boxed{45+29\sqrt{2}}$; $\left(2\sqrt{2}-3\right)^2 = 8-12\sqrt{2}+9 = \boxed{17-12\sqrt{2}}$.
b) $C = \left(3+\sqrt{2}\right)\left(3+\sqrt{2}\right)^2 = \left(3+\sqrt{2}\right)^3 = \boxed{45+29\sqrt{2}}$.
c) $3^2 = 9$ et $\left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8$; ces nombres sont positifs, donc $\boxed{3 > 2\sqrt{2}}$.
d) $\sqrt{17-12\sqrt{2}} = \sqrt{\left(2\sqrt{2}-3\right)^2} = \left|2\sqrt{2}-3\right| = 3-2\sqrt{2}$ (d'après c). Donc $D = \dfrac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} = \boxed{1}$.
2) a) $-2 \leq 2a \leq 4$, donc $\boxed{1 \leq 2a+3 \leq 7}$; $2 \leq -2b \leq 8$, donc $\boxed{3 \leq -2b+1 \leq 9}$; $1 \leq -b \leq 4$, donc $\boxed{0 \leq a-b \leq 6}$.
b) $2a-5 \in [-7\,;-1]$ donc $|2a-5| = 5-2a$; $-2b+1 > 0$; $a-b \geq 0$. Ainsi

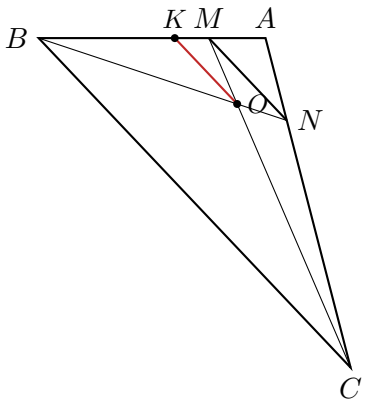
$$E = (5-2a) - (-2b+1) - 2(a-b) = 5-2a+2b-1-2a+2b = \boxed{4-4a+4b}.$$

Exercice N°3 : Factorisation (4 points)

1) a) $A\left(\sqrt{5}\right) = 5\sqrt{5} - 15 + 3\sqrt{5} - 2 = \boxed{8\sqrt{5}-17}$.
b) $(x-1)^3 - 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = A$.
c) $A = (x-1)^3 - 1^3 = \big((x-1)-1\big)\big((x-1)^2 + (x-1) + 1\big) = \boxed{(x-2)(x^2-x+1)}$.
2) a) $B = (x+2)(x^2-2x+4) - 2x(x+2) = (x+2)(x^2-4x+4) = \boxed{(x+2)(x-2)^2}$.
$A - B = (x-2)\big[(x^2-x+1) - (x+2)(x-2)\big] = (x-2)(x^2-x+1-x^2+4) = (x-2)(-x+5)$.
b) $A = B \iff (x-2)(-x+5) = 0 \iff x = 2$ ou $x = 5$: $\boxed{S = \{2\,;5\}}$.

Exercice N°4 : Théorème de Thalès (8 points)

1) a) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{3/2}{6} = \dfrac{1}{4}$; de plus $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ (même disposition). D'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.



b) Thalès : $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{1}{4}$, donc $MN = \dfrac{BC}{4} = \boxed{2 \text{ cm}}$.
2) a) Dans le triangle BMN : $K \in [BM]$, $O \in [BN]$ et $(OK) \parallel (MN)$ (car $(OK) \parallel (BC) \parallel (MN)$). Thalès : $\dfrac{OK}{MN} = \dfrac{BK}{BM}$.
b) Dans le triangle MBC : $K \in [MB]$, $O \in [MC]$ et $(OK) \parallel (BC)$. Thalès : $\dfrac{OK}{BC} = \dfrac{MK}{MB}$.
c) En additionnant : $\dfrac{OK}{BC} + \dfrac{OK}{MN} = \dfrac{MK+BK}{MB} = \dfrac{MB}{MB} = 1$ (car $K \in [MB]$).
d) $OK\left(\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{2}\right) = 1 \iff OK \times \dfrac{5}{8} = 1 \iff \boxed{OK = \frac{8}{5} = 1{,}6 \text{ cm}}$.