Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

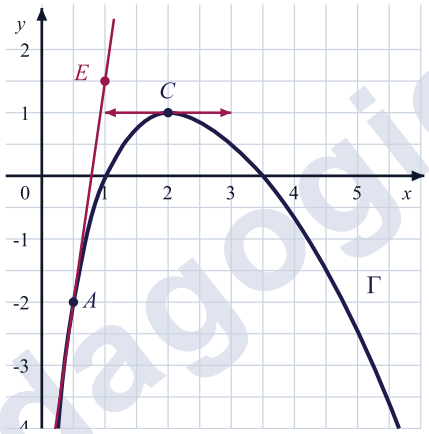
Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Informatiques** | **Durée : 2 heures**

Exercice 1 : (4 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et on suppose que f est la dérivée d'une fonction F sur $]0 ; +\infty[$ (c'est-à-dire $F' = f$).

La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est tracée ci-dessous :

- L'axe $(O, \vec{j})$ est asymptote verticale à la courbe Γ.
- La courbe Γ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$.
- La courbe Γ admet au point $C(2 ; 1)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- La droite (AE) est tangente à la courbe Γ au point $A(0{,}5 ; -2)$ et passe par $E(1 ; 1{,}5)$.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case **V** (l'affirmation est vraie) ou la case **F** (l'affirmation est fausse). Les réponses ne seront pas justifiées.

Affirmation	Vraie	Fausse
1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.	☐ V	☐ F
2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$.	☐ V	☐ F
3) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$.	☐ V	☐ F
4) $f'(2) = 0$.	☐ V	☐ F
5) $f'\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{7}$.	☐ V	☐ F
6) $f'(3) > 0$.	☐ V	☐ F
7) F est croissante sur $[1 ; 3]$.	☐ V	☐ F
8) F admet deux extremums locaux.	☐ V	☐ F

apcpedagogie.com

Exercice 2 : (3 points)

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3,\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 3$.

2. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 + 2^n$.

Exercice 3 : (4 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) : $\begin{cases} x - y + z = 17 \\ 9x + 3y + z = -43 \\ 6x + y = -27 \end{cases}$

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels.
On suppose que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ passe par les points $A(-1\ ;\ 16)$ et $B(3\ ;\ -16)$ et qu'elle admet en B une tangente horizontale (parallèle à l'axe $(O, \vec{i})$).

(a) Montrer que le triplet (a, b, c) vérifie le système (S).

(b) Déterminer alors la fonction f.

Exercice 4 : (6 points)

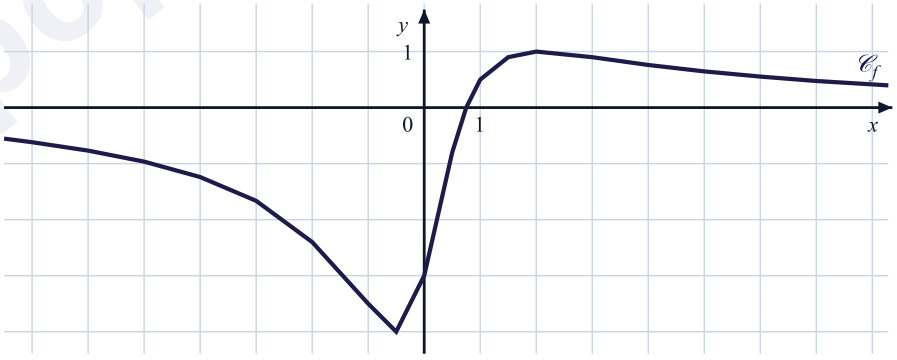
1. Étudier le signe du polynôme $P(x) = -4x^2 + 6x + 4$. (On donne : $P(-\frac{1}{2}) = 0$ et $P(2) = 0$).

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{4x - 3}{x^2 + 1}$. On note f' sa fonction dérivée. Sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère du plan est donnée ci-dessous.

(a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \dfrac{P(x)}{(x^2 + 1)^2}$.

(b) Étudier les variations de la fonction f.

(c) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3. Tracer la tangente T dans le repère ci-dessous.



apcpedagogie.com