Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Techniques** | **Durée : 2 heures**

Exercice 1 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$. On désigne par $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On suppose que f admet un extremum local en (-2) égal à (-2).

1) Déterminer les réels a et b.

2) Soit $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2$.

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que le point $I(-1 ; 0)$ est un centre de symétrie de $(\mathscr{C}_f)$.

c) Écrire une équation cartésienne de la tangente Δ à $(\mathscr{C}_f)$ au point I.

d) Étudier la position relative de $(\mathscr{C}_f)$ et Δ.

3) Construire la courbe $(\mathscr{C}_f)$.

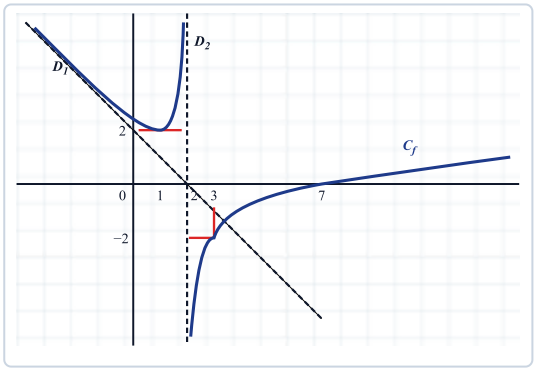
4) Soit $g(x) = |x + 1|(-x^2 - 2x + 2) + 1$ et $(\mathscr{C}_g)$ sa courbe représentative.

a) Montrer que la droite D d'équation $x = -1$ est un axe de symétrie de $(\mathscr{C}_g)$.

b) Vérifier que pour tout $x \geq -1$ on a : $g(x) = f(x) + 1$. **c)** En déduire une construction de $(\mathscr{C}_g)$.

Exercice 2 : (4 points)

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-contre représente une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Les droites D_1 et D_2 sont des asymptotes à $\mathscr{C}_f$. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe des abscisses. Par une lecture graphique, déterminer :



1) $f'(1)$; $f'_g(3)$ et $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{f(x) + 2}{x - 3}$.

2) Une équation de chacune des droites D_1 et D_2.

3) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) + x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

4) Le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

Exercice 3 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1 - i$, $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = \sqrt{3} - i$.

1) **a)** Placer les points A, B et C. **b)** Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2) Donner l'écriture cartésienne des nombres complexes z_A^2 et $\dfrac{z_A}{z_B}$.

apcpedagogie.com

3) **a)** Déterminer une écriture trigonométrique de chacun des nombres complexes z_A, z_B et z_C.

b) Déterminer une écriture trigonométrique du nombre complexe $\frac{z_A}{z_B}$. **c)** En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$.

4) **a)** Montrer que $OB = OC$. **b)** Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OC} ; \overrightarrow{OB})$. **c)** En déduire que B est l'image de C par une rotation que l'on précisera.

5) Déterminer et construire les ensembles suivants : $E = \{M(z) \in P \text{ tel que } |z + 1 + i| = 2\}$ et $F = \{M(z) \in P \text{ tel que } |iz + \sqrt{3} + i| = |\sqrt{3} - i|\}$.

Exercice 4 : (5 points)

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

1) **a)** Placer les points $A(-2i)$, $B(1 + i)$, $C(4 + 2i)$ et $I(2)$. **b)** Vérifier que I est le milieu de $[AC]$.

2) **a)** Calculer les affixes u et u' des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$. **b)** Montrer que ABC est un triangle isocèle en B.

3) Soit $D = S_I(B)$. **a)** Calculer l'affixe du point D. **b)** Montrer que $ABCD$ est un losange.

4) Déterminer géométriquement les ensembles suivants : $\Delta = \{M(z) \text{ tel que } |z - 2| = |z + 2i|\}$; $\Delta' = \{M(z) \text{ tel que } |iz - i + 1| = |z - 4 - 2i|\}$ et $\mathscr{C} = \{M(z) \text{ tel que } |2z + 4i| = 4\}$.

apcpedagogie.com