Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Informatiques | Barème : 20 points

A – Étude d'une fonction rationnelle (8 points)

8 pts

1. $ax + b + \dfrac{c}{x-2} = \dfrac{ax^2 + (b-2a)x - 2b + c}{x-2}$. Par identification : $\boxed{a = 2,\ b = -1,\ c = 2}$.

2. a) & b) $f'(x) = 2 - \dfrac{2}{(x-2)^2} = \dfrac{2(x^2-4x+3)}{(x-2)^2} = \dfrac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$, qui s'annule en 1 et 3 ($f'(x) > 0$ sur $]-\infty\ ;\ 1[\cup]3\ ;\ +\infty[$ et $f'(x) < 0$ sur $]1\ ;\ 2[\cup]2\ ;\ 3[$).

2. c), d) & e) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = +\infty$: la droite $x = 2$ est asymptote verticale. De plus $\lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - (2x-1)] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2}{x-2} = 0$, donc $y = 2x - 1$ est asymptote oblique.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−		−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	**0**	↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	**6**	↗	$+\infty$

3. a) & b) $f(0) = -2$: $A(0\ ;\ -2)$. Comme $f'(0) = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$, la tangente (T) en A a pour équation $\boxed{y = \dfrac{3}{2}x - 2}$.

B – Représentation graphique et fonction (6 points)

6 pts

Partie A : 1- $f(0) = 0, f(-1) = 4, f'(1) = 0$. **2-** f est croissante sur $[-2\ ;\ -1]$ (de -4 à 4), décroissante sur $[-1\ ;\ 1]$ (de 4 à -4) et croissante sur $[1\ ;\ 2]$ (de -4 à 4). **3-** $f(x) = -4 \Leftrightarrow x \in \{-2\ ;\ 1\}$.

Partie B : 1. & 2. $f'(x) = 3ax^2 + b$. $f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$; $f(-1) = 4 \Rightarrow -a - b = 4 \Leftrightarrow a + b = -4$; $f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + b = 0$. Par soustraction : $2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$ et $b = -6$, soit $\boxed{f(x) = 2x^3 - 6x}$.

3. & 4. $f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x-1)(x+1)$ et $f''(x) = 12x$ s'annule en changeant de signe en $x = 0$: le point $\boxed{O(0\ ;\ 0)}$ est point d'inflexion de la courbe.

C – Probabilités (6 points)

6 pts

Exercice 1 : 1- La somme des probabilités vaut 1 : $a + 3a + 4a + a + 2a + 6a = 17a = 1 \Leftrightarrow \boxed{a = \dfrac{1}{17}}$.

Probabilités respectives : $\dfrac{1}{17}$, $\dfrac{3}{17}$, $\dfrac{4}{17}$, $\dfrac{1}{17}$, $\dfrac{2}{17}$, $\dfrac{6}{17}$.

2- a. $p(A) = p(2) + p(4) + p(6) = \dfrac{3+1+6}{17} = \boxed{\dfrac{10}{17}}$. **b.** $p(B) = p(4) + p(5) + p(6) = \boxed{\dfrac{9}{17}}$. **c.** $p(C) = p(4) + p(6) = \boxed{\dfrac{7}{17}}$.

Exercice 2 : Nombre de tirages simultanés de 3 boules parmi 9 : $C_9^3 = 84$.

1- a) . . Il y a 6 boules numérotées 1 : . . Il y a 3 boules blanches numérotées 1 : . .

apcpedagogie.com

$p(A) = \dfrac{C_5^3 + C_4^3}{84} = \dfrac{10+4}{84} = \dfrac{14}{84} = \boxed{\dfrac{1}{6}}$ **b)** $p(B) = 1 - p(A) = \boxed{\dfrac{5}{6}}$

2- a) $p(C) = \dfrac{C_6^3}{84} = \dfrac{20}{84} = \boxed{\dfrac{5}{21}}$ **b)** $p(D) = \dfrac{C_5^3}{84} = \dfrac{10}{84} = \boxed{\dfrac{5}{42}}$

c) $p(E) = \dfrac{C_3^3}{84} = \boxed{\dfrac{1}{84}}$ **d)** $p(F) = p(D) + p(C) - p(E) = \dfrac{10+20-1}{84} = \boxed{\dfrac{29}{84}}$

apcpedagogie.com