Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Informatiques | Barème : 20 points

Exercice N°1 : Continuité en un point (3 points)

3 pts

1- & 2- Pour $x \neq -2$, $f(x) = \dfrac{(x-2)(x+2)}{x+2} = x-2$, d'où $\lim\limits_{x\to -2} f(x) = \lim\limits_{x\to -2} (x-2) = \boxed{-4}$.

3- & 4- f est continue en -2 ssi $f(-2) = \lim\limits_{x\to -2} f(x)$, soit $\boxed{a = -4}$. Pour $a = -4$, $f(x) = x-2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$: fonction affine, donc **continue sur $\mathbb{R}$**.

Exercice N°2 : Parité et centre de symétrie (4 points)

4 pts

1- a) & b) $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$ et $f(-x) = (-x)^4 - 5(-x)^2 + 4 = x^4 - 5x^2 + 4 = f(x)$: $\boxed{f \text{ est paire}}$.

2- a) & b) $\boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}}$. Pour tout $x \neq 1$, $2-x \neq 1$ et $g(2-x) + g(x) = \dfrac{2(2-x)+1}{1-x} + \dfrac{2x+1}{x-1} = \dfrac{4x-4}{x-1} = 4 = 2(2)$: le point $\boxed{I(1\ ;\ 2)}$ est centre de symétrie de C_g.

Exercice N°3 : Lecture graphique (5 points)

5 pts

1- & 2- Domaine de définition : $\boxed{D_f = [-3\ ;\ 4]}$; domaine de continuité : $\boxed{[-3\ ;\ 1[\cup [1\ ;\ 4]}$. On lit $\boxed{f(1) = 0}$.

3- & 4- • $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{1\ ;\ 3{,}3\}$ (environ) et $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in [-3\ ;\ 0{,}5[\cup]3{,}3\ ;\ 4]$. • f est décroissante sur $[-3\ ;\ -1]$ (de -1 à -2), croissante sur $[-1\ ;\ 1[$ (de -2 à 1), puis sur $[1\ ;\ 2]$ (de 0 à 2) et décroissante sur $[2\ ;\ 4]$ (de 2 à -2).

5-, 6- & 7- • Maximum sur $[1\ ;\ 3]$: $\boxed{2}$ atteint en $x = 2$. • Nombre de solutions de $f(x) = m$: **0** si $m < -2$ ou $m > 2$; **1** si $m \in [-2\ ;\ -1[\cup]1\ ;\ 2]$; **2** si $m \in [-1\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 1]$; **3** si $m = 0$. • $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 0}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -1}$.

Exercice N°4 : Tableau de variation (4 points)

4 pts

1- & 2- • Sur $[-6\ ;\ 14[$, $f(-4) \in]-3\ ;\ 0[$ et $f(-2) \in]0\ ;\ 3[$; $f(0) \in]0\ ;\ 3[$ et $f(2) \in]-2\ ;\ 0[$; $f(2) \in]-2\ ;\ 0[$ et $f(5) \in]-2\ ;\ 0[$. • $\boxed{f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3\ ;\ 1\ ;\ 6\}}$.

3- & 4- $f(x) > 0$ sur $]-3\ ;\ 1[\cup]6\ ;\ 8[$ et $f(x) < 0$ sur $[-6\ ;\ -3[\cup]1\ ;\ 6[\cup]8\ ;\ 14[$. Extremums : $\boxed{\text{minimum absolu } -3 \text{ en } x = -6}$; $\boxed{\text{maximum absolu } 4 \text{ en } x = 8}$; $\boxed{\text{maximum local } 3 \text{ en } x = -1}$; $\boxed{\text{minimum local } -2 \text{ en } x = 3}$.

Exercice N°5 : Inéquations trigonométriques (4 points)

4 pts

1- a) & b) Sur $]-\pi\ ;\ \pi]$: • $\cos x \leq \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x \in]-\pi\ ;\ -\dfrac{\pi}{3}] \cup [\dfrac{\pi}{3}\ ;\ \pi]$. • $\sin x \geq -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \in [-\dfrac{2\pi}{3}\ ;\ -\dfrac{\pi}{3}]$ non : $\sin x \geq -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \in]-\pi\ ;\ -\dfrac{2\pi}{3}]$? Non, sur le cercle trigonométrique, $\sin x \geq -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ est vérifié pour $x \in]-\pi\ ;\ -\dfrac{2\pi}{3}] \cup [-\dfrac{\pi}{3}\ ;\ \pi]$.

2- & 3- En étudiant le produit des signes sur les intervalles délimités par $-\dfrac{2\pi}{3}$, $-\dfrac{\pi}{3}$, $\dfrac{\pi}{3}$: le produit est négatif ou nul lorsque les deux facteurs ont des signes contraires, d'où $\boxed{S = [-\dfrac{2\pi}{3}\ ;\ \dfrac{\pi}{3}]}$.

apcpedagogie.com