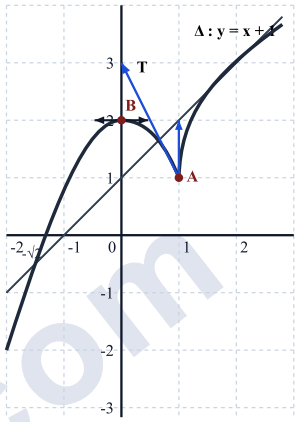
Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques — **Classe : 3ème Sciences Informatiques** — **Durée : 2 heures**

Exercice N°1 : (5 points)

La courbe ci-contre est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et qui admet une asymptote $\Delta : y = x + 1$ au voisinage de $+\infty$.



1) Par lecture graphique déterminer :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (x+1)]$.

b) $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{f(x)-1}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{f(x)-1}{x-1}$.

c) La fonction f est-elle dérivable au point d'abscisse 1 ? Justifier votre réponse.

d) $f(0)$; $f(-\sqrt{2})$ et $f'(0)$.

2) Dresser le tableau de variation de f.

3) Sachant que la fonction f est la dérivée d'une fonction F, déterminer les variations de F.

Exercice n°2 : (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = 2x^2 - x + 1 & \text{si } x \le 1 \\ f(x) = \dfrac{3x+1}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) **a)** Donner le domaine de définition de f. **b)** Montrer que f est continue en 1.

2) **a)** Étudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 1. Que peut-on déduire ?

b) Écrire les équations des demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 1.

3) **a)** Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter le résultat graphiquement.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter le résultat graphiquement.

4) **a)** Montrer que $f'(x) = \begin{cases} 4x - 1 & \text{si } x < 1 \\ \dfrac{2}{(x+1)^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$. **b)** Dresser le tableau de variation de f.

5) Tracer les demi-tangentes, l'asymptote au voisinage de $+\infty$ et (C_f) dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice n°3 : (4 points)

1) On considère le système (S) : $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + y = -3 \end{cases}$. Résoudre le système (S) par la méthode des déterminants.

apcpedagogie.com

2) Soit le système suivant : (S′) : $\begin{cases} 2x + 3y - z = 14 \\ x - 2y + 2z = -6 \\ 3x + y + 2z = 7 \end{cases}$.

a) Déterminer la matrice et la matrice complète du système (S′). **b)** Résoudre le système (S′) par la méthode du Pivot de Gauss.

Exercice n°4 : (5 points)

Les questions 1) ; 2) et 3) sont indépendantes.

1) Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que : $5x = 3(y + 10)$.

2) Déterminer les entiers naturels a et b vérifiant le système suivant : $\begin{cases} a + b = 120 \\ a \wedge b = 15 \end{cases}$.

3) **a)** Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $2^{3n} - 1$ est divisible par 7.

b) En déduire que $2^{3n+4} - 16$ est divisible par 7. **c)** Déterminer le reste de la division euclidienne de 2^{2016} par 7.

apcpedagogie.com