Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Informatiques | Barème : 20 points

Exercice N°1 : Continuité en un point (3 points)

3 pts

1- & 2- Pour $x \neq 2$, $f(x) = \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$, d'où $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} (x+2) = \boxed{4}$.

3- & 4- f est continue en 2 ssi $f(2) = \lim\limits_{x\to 2} f(x)$, soit $\boxed{a = 4}$. Pour $a = 4$, $f(x) = x+2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$: fonction affine, donc **continue sur $\mathbb{R}$**.

Exercice N°2 : Parité et centre de symétrie (4 points)

4 pts

1- a) & b) $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$ et $f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 + 1 = x^4 - 3x^2 + 1 = f(x)$: $\boxed{f \text{ est paire}}$.

2- a) & b) $\boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1\}}$. Pour tout $x \neq -1$, $-2-x \neq -1$ et $g(-2-x) + g(x) = \dfrac{2(-2-x)-3}{-1-x} + \dfrac{2x-3}{x+1}$

$= \dfrac{4x+4}{x+1} = 4 = 2(2)$: le point $\boxed{I(-1\ ;\ 2)}$ est centre de symétrie de C_g.

Exercice N°3 : Lecture graphique (5 points)

5 pts

1- & 2- Domaine de définition : $\boxed{D_f = [-3\ ;\ 4]}$; domaine de continuité : $\boxed{[-3\ ;\ 1[\cup [1\ ;\ 4]}$. On lit $\boxed{f(1) = 1}$.

3- & 4- • $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2\ ;\ 0\ ;\ 3\}$ et $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-2\ ;\ 0[\cup]3\ ;\ 4]$. • f est décroissante sur $[-3\ ;\ -1]$ (de 1 à −1), croissante sur $[-1\ ;\ 1[$ (de −1 à 2), puis sur $[1\ ;\ 2]$ (de 1 à 2) et décroissante sur $[2\ ;\ 4]$ (de 2 à −2).

5-, 6- & 7- • Maximum sur $[1\ ;\ 3]$: $\boxed{2}$ atteint en $x = 2$. • Nombre de solutions de $f(x) = m$: **0** si $m < -2$ ou $m > 2$; **1** si $m \in [-2\ ;\ -1[\cup]1\ ;\ 2]$; **2** si $m \in [-1\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 1]$; **3** si $m = 0$. • $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 1}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0}$.

Exercice N°4 : Tableau de variation (4 points)

4 pts

1- & 2- • Sur $[-4\ ;\ 15[$, $f(-3) \in]-2\ ;\ 0[$ et $f(-1) \in]0\ ;\ 4[$; $f(0{,}5) \in]0\ ;\ 4[$ et $f(2) \in]0\ ;\ 4[$; $f(4) \in]-4\ ;\ 0[$ et $f(8) \in]0\ ;\ 5[$. • $\boxed{f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2\ ;\ 1\ ;\ 6\}}$.

3- & 4- $f(x) > 0$ sur $]-2\ ;\ 1[\cup]6\ ;\ 15[$ et $f(x) < 0$ sur $[-4\ ;\ -2[\cup]1\ ;\ 6[$. Extremums :

$\boxed{\text{minimum absolu } -4 \text{ en } x = 3}$; $\boxed{\text{maximum absolu } 5 \text{ en } x = 10}$; $\boxed{\text{maximum local } 4 \text{ en } x = 0}$.

Exercice N°5 : Inéquations trigonométriques (4 points)

4 pts

1- a) & b) Sur $]-\pi\ ;\ \pi]$: • $\cos x \geq -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x \in [-\dfrac{2\pi}{3}\ ;\ \dfrac{2\pi}{3}]$. • $\sin x \leq -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x \in [-\dfrac{3\pi}{4}\ ;\ -\dfrac{\pi}{4}]$.

2- & 3- En étudiant le produit des signes sur les intervalles délimités par $-\dfrac{3\pi}{4}, -\dfrac{2\pi}{3}, -\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{2\pi}{3}$: le produit est négatif ou nul lorsque les deux facteurs sont de signes contraires, d'où

$\boxed{S = [-\dfrac{3\pi}{4}\ ;\ -\dfrac{2\pi}{3}] \cup [-\dfrac{\pi}{4}\ ;\ \dfrac{2\pi}{3}]}$.