Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Informatiques | Barème : 20 points

Exercice N°1 : Continuité en un point (3 points)

3 pts

1- & 2- Pour $x \neq 1$, $f(x) = \dfrac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1$, d'où $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} (x+1) = \boxed{2}$.

3- & 4- f est continue en 1 ssi $f(1) = \lim\limits_{x\to 1} f(x)$, soit $\boxed{a = 2}$. Pour $a = 2$, $f(x) = x+1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$: fonction affine, donc **continue sur $\mathbb{R}$**.

Exercice N°2 : Parité et centre de symétrie (4 points)

4 pts

1- a) & b) $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$ et $f(-x) = 2(-x)^4 + 5(-x)^2 - 4 = 2x^4 + 5x^2 - 4 = f(x)$: $\boxed{f \text{ est paire}}$.

2- a) & b) $\boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}}$. Pour tout $x \neq 2$, $4 - x \neq 2$ et $g(4-x) + g(x) = \dfrac{3(4-x)+1}{2-x} + \dfrac{3x+1}{x-2} = \dfrac{6x-12}{x-2} = 6 = 2(3)$: le point $\boxed{I(2\ ;\ 3)}$ est centre de symétrie de C_g.

Exercice N°3 : Lecture graphique (5 points)

5 pts

1- & 2- Domaine de définition : $\boxed{D_f = [-2\ ;\ 4]}$; domaine de continuité : $\boxed{[-2\ ;\ 1[\cup [1\ ;\ 4]}$. On lit $\boxed{f(1) = 2}$.

3- & 4- • $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0\ ;\ 3\}$ et $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in [-2\ ;\ 0[\cup]3\ ;\ 4]$. • f est croissante sur $[-2\ ;\ 1[$ (de -2 à 1), puis décroissante sur $[1\ ;\ 4]$ (de 2 à -2).

5-, 6- & 7- • Maximum sur $[1\ ;\ 3]$: $\boxed{2}$ atteint en $x = 1$. • Nombre de solutions de $f(x) = m$: **0** si $m < -2$ ou $m > 2$; **1** si $m \in [-2\ ;\ 1[\cup \{2\}$; **2** si $m \in [1\ ;\ 2[$. • $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 2}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0}$

.

Exercice N°4 : Tableau de variation (4 points)

4 pts

1- & 2- • Sur $[-5\ ;\ 12[$, $f(-3) \in]-4\ ;\ 0[$ et $f(-1) \in]-4\ ;\ 0[$; $f(1) \in]0\ ;\ 3[$ et $f(2{,}5) \in]0\ ;\ 3[$; $f(-1) \in]-4\ ;\ 0[$ et $f(5) \in]-2\ ;\ 0[$. • $\boxed{f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-5\ ;\ 0\ ;\ 4\ ;\ 9\}}$.

3- & 4- $f(x) > 0$ sur $]0\ ;\ 4[\cup]9\ ;\ 12[$ et $f(x) < 0$ sur $]-5\ ;\ 0[\cup]4\ ;\ 9[$. Extremums :

$\boxed{\text{minimum absolu } -4 \text{ en } x = -2}$; $\boxed{\text{maximum absolu } 6 \text{ en } x = 12}$; $\boxed{\text{maximum local } 3 \text{ en } x = 2}$; $\boxed{\text{minimum local } -2 \text{ en } x = 7}$.

Exercice N°5 : Inéquations trigonométriques (4 points)

4 pts

1- a) & b) Sur $]-\pi\ ;\ \pi]$: • $\sin x \geq \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x \in [\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{5\pi}{6}]$. • $\cos x \leq -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \in [-\dfrac{5\pi}{6}\ ;\ \dfrac{5\pi}{6}]$ non, sur $]-\pi\ ;\ \pi]$: $x \in [-\dfrac{5\pi}{6}\ ;\ \dfrac{5\pi}{6}]$ est faux pour cos négatif : $x \in [-\dfrac{5\pi}{6}\ ;\ \dfrac{5\pi}{6}]$ → en réalité $\cos x \leq -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \in [-\dfrac{5\pi}{6}\ ;\ \dfrac{5\pi}{6}]$ non : $x \in]-\pi\ ;\ -\dfrac{5\pi}{6}] \cup [\dfrac{5\pi}{6}\ ;\ \pi]$.

2- & 3- En étudiant le produit des signes sur les intervalles délimités par $-\dfrac{5\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{5\pi}{6}$: le produit est positif ou nul lorsque les deux facteurs sont de même signe, d'où

$\boxed{S =]-\pi\ ;\ -\dfrac{5\pi}{6}] \cup [\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{5\pi}{6}] \cup [\dfrac{5\pi}{6}\ ;\ \pi]} = \boxed{]-\pi\ ;\ -\dfrac{5\pi}{6}] \cup [\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \pi]}$.