Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Informatiques** | **Durée : 2 heures**

Exercice 1 : (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x + 1$. On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. **a)** Montrer que $I(0 ; 1)$ est un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$. **b)** Donner une équation de T, la tangente à $\mathscr{C}_f$ en I.
4. Montrer que I est un centre de symétrie de $\mathscr{C}_f$. **5.** Tracer T et $\mathscr{C}_f$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
6. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < -1$.
7. Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.
8. **a)** Donner une équation de la droite Δ parallèle à T passant par O. **b)** Donner une équation de la droite Δ' perpendiculaire à T passant par I.

Exercice 2 : (4 points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} g(x) = \dfrac{3x}{2x-1} & \text{si } x \leq 1 \\ g(x) = \sqrt{4x+5} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.
3. Montrer que g est continue en 1.
4. **a)** Étudier la dérivabilité de g à gauche et à droite en 1. **b)** g est-elle dérivable en 1 ? Justifier.

Exercice 3 : (4 points)

1. Trouver les couples d'entiers naturels (a, b) tels que :

   a) $\begin{cases} a + b = 112 \\ a \wedge b = 14 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} ab = 432 \\ a \vee b = 72 \end{cases}$

2. Déterminer les couples d'entiers naturels (x, y) tels que : **a)** $5x = 3y$ **b)** $7x = 4y + 7$

Exercice 4 : (5 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

   a) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 6y = 9 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$

2. Trois amis reviennent du marché. Ils ont acheté des pommes, des poires et des bananes. Ils ont perdu leurs tickets de caisse individuels, mais ils se souviennent du prix total de leurs sacs et de ce qu'ils ont mis dedans :
   - Le premier a acheté 1 kg de pommes, 1 kg de poires et 1 kg de bananes et a payé 19 dinars.
   - Le deuxième a acheté 3 kg de pommes, 4 kg de poires et 2 kg de bananes et a payé 55 dinars.
   - Le troisième a acheté 1 kg de pommes et 3 kg de bananes et a payé 29 dinars.

   a) Traduire la situation précédente par un système d'équations.
   b) Déterminer le prix du kg de chacun des fruits achetés.

apcpedagogie.com