Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques — Classe : 3ème Sciences Informatiques — Barème : 20 points

Exercice 1 : QCM (4 points)

4 pts

1. $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0}$ (branche parabolique de direction l'axe des abscisses).

2. $\boxed{140 \wedge 210 = 70}$ ($140 = 2 \times 70$ et $210 = 3 \times 70$). **3.** $\boxed{12 \vee 48 = 48}$ (car 12 divise 48).

4. $\boxed{397}$ ($297 = 9 \times 33$, $497 = 7 \times 71$, et 397 n'a aucun diviseur premier $\leq \sqrt{397} \approx 19{,}9$).

Exercice 2 : Arithmétique et récurrence (5 points)

5 pts

1. (a) & (b) Divisions euclidiennes : $11088 = 3780 \times 2 + 3528$; $3780 = 3528 \times 1 + 252$; $3528 = 252 \times 14 + 0$. Ainsi $\boxed{11088 \wedge 3780 = 252}$, et $\boxed{\dfrac{11088}{3780} = \dfrac{11088 \div 252}{3780 \div 252} = \dfrac{44}{15}}$.

2. $a = 14a'$, $b = 14b'$ ($a' \wedge b' = 1$) $\Rightarrow 196a'b' = 13720 \Leftrightarrow a'b' = 70$. Les couples (a', b') sont (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10) et leurs symétriques, d'où :

$\boxed{S = \{(14, 980) ; (28, 490) ; (70, 196) ; (98, 140) ; (140, 98) ; (196, 70) ; (490, 28) ; (980, 14)\}}$.

3. & 4. • Pour $n = 0$, $5^0 - 1 = 0 = 4 \times 0$. Si $5^n - 1 = 4k$, alors $5^{n+1} - 1 = 5(5^n - 1) + 4 = 20k + 4 = 4(5k + 1)$ (divisible par 4).

• $\sqrt{523} \approx 22{,}8$: 523 n'est divisible par aucun des nombres premiers 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, donc **523 est premier**.

Exercice 3 : Système linéaire et matrices (5 points)

5 pts

1. & 2. • Le bilan des quantités de tissu (a), de boutons (b) et de fermetures (c) donne directement le système (S).

• Pour $x = 200$, $y = 120$, $z = 320$: $\boxed{a = 730 \text{ m} ; b = 2160 \text{ boutons} ; c = 640 \text{ fermetures}}$.

3. (a) & (b) Matrice augmentée : ([0,75 1,50 1,25 | 735] ; [4 6 2 | 2400] ; [1 1 1 | 620]).

De $z = 620 - x - y$, on obtient $3x + 6y + 5(620 - x - y) = 2940 \Leftrightarrow -2x + y = -160$ et $2x + 3y + (620 - x - y) = 1200 \Leftrightarrow x + 2y = 580$. D'où $5y = 1000 \Leftrightarrow y = 200$, $x = 180$ et $z = 240$:

$\boxed{\text{180 jupes, 200 robes et 240 pantalons}}$.

Exercice 4 : Continuité, dérivabilité et lecture graphique (6 points)

6 pts

1. (a) & (b) • $f(0) = -1$, $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = -1$ et $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \dfrac{1}{-1} = -1$: f est **continue en 0**.

• $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{f(x)+1}{x} = \lim\limits_{x\to0^+} \sqrt{x} = 0 = f'_d(0)$; $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{f(x)+1}{x} = \lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{x^2+x}{x(x-1)} = -1 = f'_g(0)$: f **n'est pas dérivable en 0**.

1. (c) & (d) • $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ (branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$). • $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{x-1} = 0$: D est asymptote oblique en $-\infty$.

2. (a), (b) & (c) • $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{f(x)-1}{x} = \boxed{0}$ (demi-tangente horizontale) et $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{f(x)-1}{x} = \boxed{-\infty}$ (demi-tangente verticale).

• $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-2}{x-1} = f'(1) = \boxed{2}$ (droite (OA)) ; $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-2}{x-1}(f(x)+2) = 2 \times 4 = \boxed{8}$; tangente : $\boxed{\Delta : y = 2x}$.