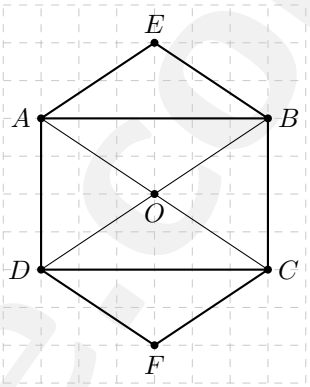
CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques **Classe : 1ère année secondaire** **Barème : 20 points**

Exercice N°1 : Sommes vectorielles (6 points)

D'après le quadrillage : $ABCD$ est un rectangle de centre O ; E est le symétrique de O par rapport à (AB) et F celui de O par rapport à (DC). Ainsi $AEBO$ et $DOCF$ sont des losanges, d'où $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ et $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DF}$.



a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AO} = \boxed{\overrightarrow{AB}}$ (règle du parallélogramme dans $AEBO$).

b) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = \boxed{\overrightarrow{AB}}$.

c) $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$, donc $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AO} = \boxed{\overrightarrow{AB}}$.

d) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \boxed{\overrightarrow{OD}}$.

Exercice N°2 : Calcul algébrique (8 points)

1) $(-3x+1)(2x-3) = -6x^2 + 9x + 2x - 3 = -6x^2 + 11x - 3 = A(x)$.

2) $A(x) = -3 \iff -6x^2 + 11x = 0 \iff x(-6x+11) = 0 \iff x = 0$ ou $x = \frac{11}{6}$: $\boxed{S = \left\{0\,;\,\frac{11}{6}\right\}}$.

$A(x) \geq (2x-3)^2 \iff (2x-3)(-3x+1) - (2x-3)^2 \geq 0 \iff (2x-3)(-5x+4) \geq 0$.

x	$-\infty$		$\frac{4}{5}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$-5x+4$		$+$	0	$-$		$-$	
$(2x-3)(-5x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\boxed{S = \left[\frac{4}{5}\,;\,\frac{3}{2}\right]}$.

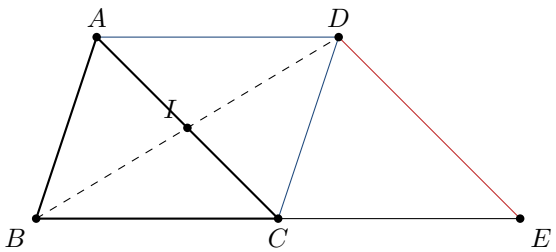
3) a) $-3x+1 \geq 0 \iff x \leq \frac{1}{3}$; $2x-3 \geq 0 \iff x \geq \frac{3}{2}$.

$$B(x) = \begin{cases} -5x+4 & \text{si } x \leq \frac{1}{3} \\ x+2 & \text{si } \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ 5x-4 & \text{si } x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

b) Si $x \leq \frac{1}{3}$: $-5x+4 = 4 \iff x = 0$ (convient). Si $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{3}{2}$: $x+2 = 4 \iff x = 2$ (ne convient pas). Si $x \geq \frac{3}{2}$: $5x-4 = 4 \iff x = \frac{8}{5}$ (convient). $\boxed{S = \left\{0\,;\,\frac{8}{5}\right\}}$.

c) Sur $\left[\frac{3}{2}\,;+\infty\right[$: $B(x) > 25x^2 - 16 \iff 5x-4 > (5x-4)(5x+4) \iff (5x-4)(1-5x-4) > 0 \iff (5x-4)(-5x-3) > 0$. Or pour $x \geq \frac{3}{2}$: $5x-4 > 0$ et $-5x-3 < 0$, donc le produit est négatif : $\boxed{S = \varnothing}$.

Exercice N°3 : Vecteurs (6 points)



1) b) I est le milieu de $[AC]$, donc $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BI}$. Ainsi $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BI}$: I est le milieu de $[BD]$, d'où

$\overrightarrow{ID} = -\overrightarrow{IB}$: les vecteurs sont **opposés**.
(On en déduit aussi que $ABCD$ est un parallélogramme : ses diagonales ont le même milieu I.)

2) b) $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{BC}$, donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$.

c) $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{BC} = 2\left(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}\right) = 2\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AI}$ (I milieu de $[AC]$).

3) $\overrightarrow{EC} = -\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$, donc $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.
$ABCD$ est un parallélogramme : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$.

apcpedagogie.com