Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques — Classe : 3ème Sciences Informatiques — Barème : 17 points (ramené à 20)

Exercice 1 : Lecture graphique Vrai / Faux (4 points)

4 pts (0,5×8)

1) **Vraie** (la courbe Γ descend vers $-\infty$ lorsque $x \to +\infty$).

2) **Vraie** (branche parabolique de direction l'axe des ordonnées (O, j) en $+\infty$).

3) **Fausse** (l'axe des ordonnées est asymptote verticale en 0^+ et $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$).

4) **Vraie** (tangente horizontale au point $C(2\ ;\ 1)$).

5) **Fausse** ($f'(\frac{1}{2})$ est le coefficient directeur de (AE) : $\frac{1{,}5-(-2)}{1-0{,}5} = \frac{3{,}5}{0{,}5} = 7 \neq \frac{1}{7}$).

6) **Fausse** (f est décroissante sur $[2\ ;\ +\infty[$, donc $f'(3) < 0$).

7) **Vraie** (sur $[1\ ;\ 3]$, Γ est au-dessus de l'axe des abscisses, donc $F'(x) = f(x) \geq 0$).

8) **Vraie** ($F' = f$ s'annule en changeant de signe en $x = 1$ et $x = 3{,}5$: minimum local en 1 et maximum local en 3,5).

Exercice 2 : Raisonnement par récurrence (3 points)

1. • *Initialisation :* Pour $n = 0$, $u_0 = 4 > 3$ (vrai). — 1,5 pt

• *Hérédité :* Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $u_n > 3$. Alors $2u_n > 6$, d'où $2u_n - 3 > 3$, soit $u_{n+1} > 3$. Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n > 3}$.

2. • *Initialisation :* Pour $n = 0$, $3 + 2^0 = 3 + 1 = 4 = u_0$ (vrai). — 1,5 pt

• *Hérédité :* Supposons $u_n = 3 + 2^n$. Alors $u_{n+1} = 2(3 + 2^n) - 3 = 6 + 2^{n+1} - 3 = 3 + 2^{n+1}$. Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n = 3 + 2^n}$.

Exercice 3 : Système linéaire et fonction polynôme (4 points)

1. De la 3ème équation : $y = -27 - 6x$. En soustrayant les deux premières équations : $8x + 4y = -60 \Leftrightarrow 2x + y = -15$. En remplaçant y : $2x - 27 - 6x = -15 \Leftrightarrow -4x = 12 \Leftrightarrow x = -3$. On en déduit $y = -27 - 6(-3) = -9$ puis $z = 17 - (-3) + (-9) = 11$. D'où $\boxed{S_{\mathbb{R}^3} = \{(-3\ ;\ -9\ ;\ 11)\}}$. — 2 pts

2. (a) & (b) On a $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$. Les conditions $f(-1) = 16$, $f(3) = -16$ et $f'(3) = 0$ donnent respectivement : $-1 + a - b + c = 16 \Leftrightarrow a - b + c = 17$; $27 + 9a + 3b + c = -16 \Leftrightarrow 9a + 3b + c = -43$; $27 + 6a + b = 0 \Leftrightarrow 6a + b = -27$. Le triplet (a, b, c) vérifie donc (S), d'où $\boxed{f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 11}$. — 2 pts

apcpedagogie.com

Exercice 4 : Étude d'une fonction rationnelle (6 points)

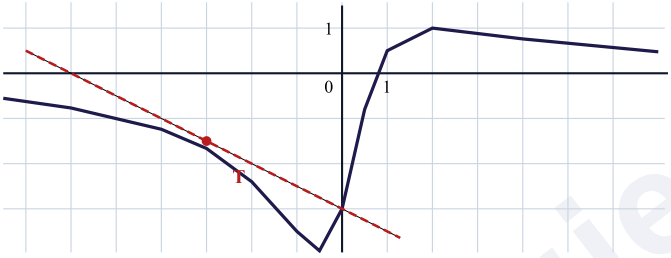
6 pts

1. & 2. (a) $P(x) = -4x^2 + 6x + 4$ s'annule en $-\frac{1}{2}$ et 2 ($a = -4 < 0$) : $P(x) > 0$ sur $]-\frac{1}{2}\,;2[$ et $P(x) < 0$ sur $]-\infty\,;-\frac{1}{2}[\cup]2\,;+\infty[$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{4(x^2+1) - 2x(4x-3)}{(x^2+1)^2} = \dfrac{-4x^2+6x+4}{(x^2+1)^2} = \dfrac{P(x)}{(x^2+1)^2}$.

2. (b) & (c) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0, f(-\frac{1}{2}) = \dfrac{-5}{5/4} = -4$ et $f(2) = \dfrac{5}{5} = 1$. Au point d'abscisse -3 : $f(-3) = \dfrac{-15}{10} = -\dfrac{3}{2}$ et $f'(-3) = \dfrac{-50}{100} = -\dfrac{1}{2}$, d'où $\boxed{T : y = -\frac{1}{2}x - 3}$.

x	$-\infty$		$-1/2$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	-4	↗	1	↘	0



apcpedagogie.com