Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Informatiques | Barème : 20 points

Exercice 1 : Étude d'une fonction cubique (7 points)

7 pts

1. & 2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} (-x^2+3) = -\infty$: $\mathscr{C}_f$ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$.

$f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x-1)(x+1)$, avec $f(-1) = -1$ et $f(1) = 3$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\mathbf{-1}$	↗	$\mathbf{3}$	↘	$-\infty$

3. & 4. $f''(x) = -6x$ s'annule en changeant de signe en $x = 0$: $I(0\ ;\ 1)$ est point d'inflexion, et $T : y = f'(0)x + f(0) \Leftrightarrow$ **$y = 3x + 1$**. De plus, $f(-x) + f(x) = (x^3 - 3x + 1) + (-x^3 + 3x + 1) = 2 = 2(1)$: $I(0\ ;\ 1)$ est bien centre de symétrie de $\mathscr{C}_f$.

6., 7. & 8. • Comme $f(-1) = -1$ et $f(2) = -1$, $f(x) < -1 \Leftrightarrow$ **$x \in]2\ ;\ +\infty[$**.

• Discussion selon m : si $m < -1$ ou $m > 3$, **1 solution** ; si $m = -1$ ou $m = 3$, **2 solutions** ; si $-1 < m < 3$, **3 solutions**.

• **$\Delta : y = 3x$** (même coefficient directeur 3, passe par O) et **$\Delta' : y = -\dfrac{1}{3}x + 1$** ($m \times 3 = -1$, passe par I(0 ; 1)).

Exercice 2 : Continuité et dérivabilité (4 points)

4 pts

1. & 2. • $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x}{2x-1} = \dfrac{3}{2}$: la droite $y = \dfrac{3}{2}$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}_g$ en $-\infty$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{4x+5}}{x} = 0$: branche parabolique de direction $(O, \vec{i})$ en $+\infty$.

3. & 4. • $g(1) = 3$, $\lim\limits_{x\to1^-} g(x) = 3$ et $\lim\limits_{x\to1^+} \sqrt{4x+5} = 3$: g est **continue en 1**.

• $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{g(x)-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{-3}{2x-1} = -3 = g'_g(1)$; $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{\sqrt{4x+5}-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{4}{\sqrt{4x+5}+3} = \dfrac{2}{3} = g'_d(1)$.

Comme $g'_g(1) \neq g'_d(1)$, la fonction g **n'est pas dérivable en 1**.

Exercice 3 : Arithmétique (4 points)

4 pts

1. a) & b) • $a = 14a'$, $b = 14b'$ ($a' \wedge b' = 1$) et $a' + b' = 8$: **$S = \{(14, 98) ; (42, 70) ; (70, 42) ; (98, 14)\}$**.

• $(a \wedge b) \times (a \vee b) = ab \Rightarrow a \wedge b = \dfrac{432}{72} = 6$. Ainsi $a = 6a'$, $b = 6b'$ avec $a'b' = 12$ et $a' \wedge b' = 1$, d'où **$S = \{(6, 72) ; (18, 24) ; (24, 18) ; (72, 6)\}$**.

2. a) & b) • $5x = 3y$ ($5 \wedge 3 = 1$) $\Rightarrow$ **$S = \{(3k\ ;\ 5k),\ k \in \mathbb{N}\}$**. • $7(x-1) = 4y$ ($7 \wedge 4 = 1$) $\Rightarrow$ **$S = \{(4k+1\ ;\ 7k),\ k \in \mathbb{N}\}$**.

apcpedagogie.com

Exercice 4 : Systèmes linéaires et problème du marché (5 points)

5 pts

1. a), b) & c) • **a)** $y = 9 - 2x \Rightarrow x - 3(9 - 2x) = 1 \Leftrightarrow 7x = 28 \Leftrightarrow x = 4$ et $y = 1$: $\boxed{S = \{(4\ ;\ 1)\}}$.

• **b)** $2(x - 3y) = 2 \neq 9$: système incompatible, $\boxed{S = \varnothing}$.

• **c)** Les deux équations sont proportionnelles ($L_2 = 2L_1$) : $\boxed{S = \{(3y + 1\ ;\ y),\ y \in \mathbb{R}\}}$.

2. a) & b) Soient x, y, z les prix respectifs en dinars d'un kg de pommes, de poires et de bananes :

$x + y + z = 19$ (1) ; $3x + 4y + 2z = 55$ (2) ; $x + 3z = 29$ (3).

De (1), $y = 19 - x - z$; dans (2) : $3x + 4(19 - x - z) + 2z = 55 \Leftrightarrow x + 2z = 21$. En soustrayant à (3) : $z = 8$, puis $x = 5$ et $y = 6$.

Conclusion : $\boxed{\textbf{Pommes : 5 DT/kg ; Poires : 6 DT/kg ; Bananes : 8 DT/kg}}$.

apcpedagogie.com