Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba

Devoir de synthese N°1

EXERCICE1

Donner la reponse exacte

1)on donne les polynomes suivants f(x)=$2x^2$-5x+1 et g(x)=(x-5)(-$3x^2$+2x-7)

Le degre du polynome (f.g)(x) est

A : 6 B : 5 C : 3

2)les reels ½ et 1/3 sont les racines du trinome du second degre

A :$6x^2$+5x+1 =0 B :$6x^2$-5x+1 =0 C :$6x^2$-x-1=0

3)le plan est raporte à un repere orthonorme

On donne les deux vecteurs $\vec{u}\binom{2}{3}$ et $\vec{v}\binom{\alpha+1}{4}$

$\vec{u}\ et\ \vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si

A : $\alpha = -5$ $B: \alpha = 5$ $C: \alpha = -7$

4)$\vec{u}et\ \vec{v}$ sont colineaires si et seulement si

$A: \alpha = -2$ $B: \alpha = \frac{5}{3}$ $C: \alpha = \frac{-5}{3}$

EXERCICE2

On considere les fonctions polynomes

A(x)=$3x^2$-8x+4 ; p(x)=$2x^3$-x^2-8x+4 et q(x)=x^3-$5x^2$+8x-4

1)a)verifier que (-2) est solution de p(x)=0

b)determiner le polynome du second degre R(x) tel que p(x)=(x+2)R(x)

c)en deduire que p(x)=(x^2-4)(2x-1)

2)a)verifier que p(x)-2q(x)=3A(x)

b)factoriser A(x)

c)en deduire une la factorisation de q(x) en produit de trois facteurs

3)resoudre dans IR

a) $p(x) \geq 0$

b)$\sqrt{p(x)} = x + 2$

EXERCICE3

Soit ABC un triangle et I le milieu de [AB]

1)construire le point J barycentre des points (A,1) et (C,-3)

2)soit G le barycentre des points (B,4) et (J,-2)

a)construire G

b)montrer que $\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

3)en ecrivant $4\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GB}$ montrer que (IG)//(BC)

EXERCICE4

ABCD un rectangle de centre O tel que AB=8 et AD=6

Soit I le milieu de [OA] et J le milieu de [OB]

1)montrer que $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$

2)determiner l'ensemble E=$\{M \in P \; tel \; que \; \left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\|\}$

3)soit F=$\{M \in P \; tels \; que \; \left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 10$

Montrer que F est le cercle de diametre [OB]

CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)B 2)B 3)C 4)B

EXERCICE2

1)a)on a p(-2)=0 donc -2 est une racine de p(x)=0

b)p(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)

=ax^3+(2a+b)x^2+(2b+c)x+2c

=$2x^3$-x^2-8x+4

Par identification on a :$\begin{cases} a=2 \\ 2a+b=-1 \\ 2c=4 \end{cases}$ $donc\ a=2; b=-5\ et\ c=2$

Donc p(x)=(x+2)($2x^2$-5x+2)

c)on a :2.2^2-5.2+2=0 donc 2 est une solution de l'equation $2x^2$-5x+2=0

donc la deuxieme solution verifie x'.x''=c/a donc 2.x'=2/2=1 donc x'=1/2

alors $2x^2$-5x+2=2(x-1/2)(x-2)=(x-2)(2x-1)

d'où p(x)=(x+2)(x-2)(2x-1)=(x^2-4)(2x-1)

2)a)p(x)-2q(x)=3A(x) evident

b)on peut verifier facilement que 2 est une solution de l'equation q(x)=0

donc q(x)=(x-2)(x^2-3x+2)

on remarque que 1-3+2=0 donc 1 est une solution de x^2-3x+2=0 et l'autre solution est c/a=2

alors q(x)=$(x-2)^2$(x-1) (a)

alors p(x)-2q(x)=(x-2)(x+2)(2x-1)-2(x-2)(x^2-3x+2)

=(x-2)[(x+2)(2x-1)-2(x^2-3x+2)]

=(x-2)(9x-6)

= 3(x-2)(3x-2)

Donc A(x)=(x-2)(3x-2)

c)voir la relation (a)

3)p(x)≥ 0

X	-∞	-2	½	2	+∞
X^2-4	+	0	-	--	0 +
2x-1	--	--	0	+	+
P(x)	--	0 +	0	--	0 +

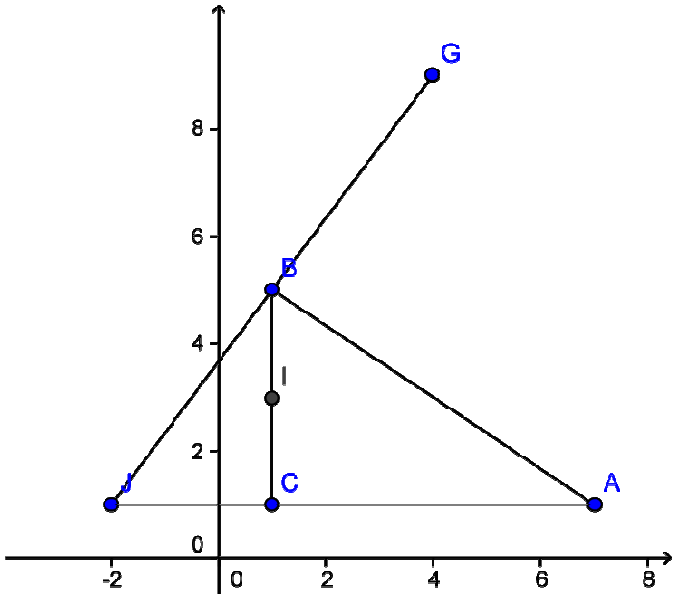
Donc $S_{IR} = \left[-2, \frac{1}{2}\right] \cup [2, +\infty[$

$$\sqrt{p(x)} = x + 2 \quad et\ p(x) \geq 0 et\ x \geq -2\ donc\ x \in S_{IR}$$

Donc tout calcul fait x=-2 ou x=-$\sqrt{3}$

EXERCICE3

1)



Pour tout point M du plan on a :$\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MC} = (1-4)\overrightarrow{MJ}$

Donc si M=C on aura $\overrightarrow{CA} = -3\overrightarrow{CJ}$ d'où la constructiOn

2)a)de meme pour tout point M on a $4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MJ} = 2\overrightarrow{MG}$

Si M=B on a :$\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{BJ} = \vec{0}$ $donc$ B est le milieu de [GJ]

b)$\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$ $et\ 4\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

donc $\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GJ} - 3\overrightarrow{JC} = \left(\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JC}\right) + (4\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GJ})$

$=\vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$ (I)

3)on a $4\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GB}$ $et\ d'apres(1)on\ a\ 4\overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA}$

Donc $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 3\left(\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC}\right) = 3\overrightarrow{BC}$ $or\ I\ milieu\ de\ [AB]signifie\ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC}$ $d'ou\ \ 2\overrightarrow{GI} = 3\overrightarrow{BC}$ $alors\ \overrightarrow{GI}\ et\ \overrightarrow{BC}\ colineaires$

Donc (GI)//(BC)

EXERCICE4

1)$I\ milieu\ de\ [OA]eq\ \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}\ de\ meme\ pour\ J\ on\ a{:}\overrightarrow{JO} + \overrightarrow{JB} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{JO} + \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{JO} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{JO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

Puisque $4\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}(O\ milieu\ de\ [AC]et\ 2\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DB}$

2)on intercle J on trouve 4MJ

Pour la premiere norme et 4MI pour la deuxieme norme donc MI=MJ doc M appartient à la mediatrice de [IJ]

3)on montre de meme que F est l'enseble des points M tels que MJ=5/2

Donc M decrit le cercle de centre J et de rayon 5/2

Or BD=10 (theoreme de Pythagore) donc OB=5 qui est le diametre du cercle