Lycee El Ahd El Jadid Jendouba

devoir de contrôle N°2 20/11/2012

Mathematiques duree :1h

PROF mr :ferchichi

EXERCICE1

1)resoudre dans IR

a)$|2x-3|=6$

b)$|2x-3|=|3x+2|$

c)$\sqrt{x-1}=5$

d)$\sqrt{x+2}=\sqrt{3x+5}$

EXERCICE2

a$\in[1,4]$

1)simplifier l'expression A=$|a-1|+|a-4|$

2)donner un encadrement de -3a+7 et $\frac{-1}{3}a+\frac{4}{3}$

3)deduire que $a^2 \leq 5a-4$

EXERCICE3

$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repere orthonorme du plan on donne les points

A(3,0) ; B(1,-1) ;C(1,2) et D(x,3x-6) ou x$\in IR$

1)a)montrer que les points A,B et C ne sont pas alignes

b)deduire que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est une base de l'ensembles des vecteurs du plan

2)a)determiner la valeur de x pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colineaires

b)determiner la valeur de x pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DB}$ soient orthogonaux

c)calculer AB et BC

3)dans la suite de l'exercice on prend D(3,3) montrer que ABCD est un parallelogramme

4)soient les points I et J definis par $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

Determiner les coordonees de I et J

5)la parallele à (BC) passant par I coupe (CD) en K . determiner les coordonees de K

6)determiner l'ensemble des points M du plan verifiant $\left\| \overrightarrow{MI} - \frac{3}{4}\overrightarrow{MB} \right\| = 1$

CORRECTION (proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)a) $|2x-3|=6$ *signifie que* $2x-3=6 ou\ 2x-3=-6\ donc\ x=\frac{9}{2} ou\ x=\frac{-3}{2}$

b) $|2x-3|=|3x+2|$ *eq* $2x-3=3x+2\ ou\ 2x-3=-(2x+3)$

eq x=-5 ou x=1/5

c) $\sqrt{x-1}=5$ *il faut que* $x\geq 1$

eq x-1=25 eq x=26 (qui est effectivement≥1)

d) $\sqrt{x+2}=\sqrt{3x+5}$ *il faut que* $x\geq -2\ et\ x\geq\frac{-5}{3}$ *il suffit de prendre* $x\geq\frac{-5}{3}$

d'où x+2=3x+5 eq x=-3/2

EXERCICE2

$1\leq a\leq 4$

D'où $a\geq 1$ *eq* $a-1\geq 0$ *et* $a\leq 4$ *eq* $a-4\leq 0.$

1) $|a-1|=a-1$ *et* $|a-4|-(a-4)=4-a$

D'où A=a-1-a+4=3

2) $on\ a: 1\leq a\leq 4\ sig\ -12\leq\leq -3a\leq -3\ sig\ -5\leq -3a+7\leq 4$

De la meme maniere

$1\leq a\leq 4\ sig\ \frac{-4}{3}\leq\frac{-1}{3}a\leq\frac{-1}{3}$ *eq* $0\leq\frac{-1}{3}a+\frac{4}{3}\leq 1$

3) ona $\left(\frac{-1}{3}a+\frac{4}{3}\right)\leq 1 donc\ (\frac{1}{3}a+\frac{4}{3})^2\leq(\frac{-1}{3}a+\frac{4}{3})$

sig $(a-4)^2\leq 3(-a+4)$ *sig* $a^2\leq 5a-4$

autrement

cherchons le signe de a^2-5a+4

On remarque que 1-5+4=0

Donc a=1 ou a=4 sont solutions de l'equation $a^2-5a+4=0$

Le tableau de signe

X	$-\infty$		1		4		$+\infty$
A^2-5a+4		--		+		--	

D'où le resultat $a^2-5a+4 \leq 0$ $pour\ a \in [1,4]$ sign $a^2 \leq 5a-4$

EXERCICE3

1)a) $\overrightarrow{AB}\binom{-2}{-1}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{-2}{2}$ et $\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6 \neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas

Colileaires alors les points A,B et C ns sont pas alignes

b)les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colineaires donc ils forment une base d'où le resultat

2)a) on les composantes de $\overrightarrow{AB}\binom{-2}{-1}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{x-1}{3x-8}$ ils sont colineaires si le determinant

Est nul donc x=3

b) $\overrightarrow{BD}\binom{x-1}{3x-5}$ on a $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$ sig --2(x-1)-(3x-5)=0 on trouve alors x=7/5

c) AB=$\sqrt{5}$ et BC=3

3) en calculant les composantes de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ on remarque qu'ils sont egaux

Alors ABCD est un parallelogramme

$\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ sig $\overrightarrow{AI}\binom{x_I-3}{y_I} = \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{4} \end{pmatrix}$ donc on trouve que x=3/2 et y=--3/4

I(3/2 ;-3/4)

De la meme facon on trouve J(3 ;3)

5)On a : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CK}$ $d'ou$ K(3/2 ;5/4)

6) $\left\|\overrightarrow{MI} - \frac{3}{4}\overrightarrow{MB}\right\| = 1$ sig $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AI} - \frac{3}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB})\right\| = 1$

Or $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ on obtient

$$\left\|\overrightarrow{MA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{MA}\right\| = 1$$

Sig 1/4 MA=1 sig MA=4 sig M decrit le cercle de centre A et de rayon 4