Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Techniques | Barème : 20 points

Exercice 1 : Produit scalaire (3 points)

3 pts

• **Cas 1 :** L'angle géométrique $B\hat{A}C = 180° - 45° = 135°$: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(135°) = 2 \times 3 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \boxed{-3\sqrt{2}}$.

• **Cas 2 :** H est le projeté orthogonal de C sur (AB) avec $AH = AB - BH = 5 - 2 = 3$ et $\vec{AB}, \vec{AH}$ de même sens : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AH = 5 \times 3 = \boxed{15}$.

• **Cas 3 :** $\vec{AB}(1\ ;-2)$ et $\vec{AC}(-3\ ;-2)$ dans le repère orthonormé : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \times (-3) + (-2) \times (-2) = -3 + 4 = \boxed{1}$.

Exercice 2 : Parallélogramme (3 points)

3 pts

1) $AC^2 = (\vec{AB} + \vec{AD})^2 = AB^2 + 2\,\vec{AB} \cdot \vec{AD} + AD^2 \Rightarrow 36 = 16 + 2\,\vec{AB} \cdot \vec{AD} + 9 \Rightarrow \boxed{\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \frac{11}{2} = 5{,}5}$.

2) $\cos(B\hat{A}D) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AD}}{AB \times AD} = \frac{5{,}5}{12} = \frac{11}{24} \Rightarrow \boxed{B\hat{A}D \approx 62{,}7°}$.

3) a) & b) $(\vec{BA} + \vec{AD})^2 = BA^2 + 2\,\vec{BA} \cdot \vec{AD} + AD^2 = AB^2 - 2\,\vec{AB} \cdot \vec{AD} + AD^2$. Comme $\vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BD}$: $BD^2 = 16 - 11 + 9 = 14 \Rightarrow \boxed{BD = \sqrt{14}}$.

Exercice 3 : Théorème de la médiane (3 points)

3 pts

1) $AB^2 + AC^2 = (\vec{AI} + \vec{IB})^2 + (\vec{AI} + \vec{IC})^2 = 2AI^2 + 2\,\vec{AI} \cdot (\vec{IB} + \vec{IC}) + IB^2 + IC^2$. Comme I est le milieu de $[BC]$, $\vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$ et $IB = IC = \frac{BC}{2}$, d'où $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$.

2) $25 + 49 = 2AI^2 + \frac{121}{2} \Leftrightarrow 2AI^2 = 74 - 60{,}5 = 13{,}5 \Leftrightarrow AI^2 = \frac{27}{4} \Rightarrow \boxed{AI = \frac{3\sqrt{3}}{2}}$.

3) $MB^2 + MC^2 = 68{,}5 \Leftrightarrow 2MI^2 + 60{,}5 = 68{,}5 \Leftrightarrow 2MI^2 = 8 \Leftrightarrow MI = 2$: l'ensemble cherché est le **cercle de centre I et de rayon 2**.

Exercice 4 : Étude d'une fonction rationnelle (6 points)

6 pts

1), 2) & 3) • $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{2}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+4}{2(x-1)} = \frac{x^2+3}{2x-2} = f(x)$.

• $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$; $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \boxed{+\infty}$; $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \boxed{-\infty}$: la droite $\boxed{x = 1}$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}_f$.

4) & 5) $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 4}{2(x-1)^2} = \boxed{\frac{(x+1)(x-3)}{2(x-1)^2}}$, avec $f(-1) = -1$ et $f(3) = 3$. • : est asymptote oblique ; est sous sur et au-dessus sur . • Tangente en : et , soit . De plus, : est centre de symétrie de .

apcpedagogie.com

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\mathbf{-1}$	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty\ \searrow$	$\mathbf{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

6), 7) & 8) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2}{x-1}=0$ (D) $\mathscr{C}_f$ $(D)]-\infty\ ;\ 1[\,]1\ ;\ +\infty[$

$2f(2)=\frac{7}{2}$ $f'(2)=-\frac{3}{2}$ $\boxed{(T):y=-\frac{3}{2}x+\frac{13}{2}}$ $f(2-x)+f(x)=2$ $\Omega(1\ ;\ 1)$ $\mathscr{C}_f$

Exercice 5 : Fonction polynôme de degré 3 (5 points)

5 pts

1) & 2) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\boxed{-\infty}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\boxed{+\infty}$ et $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$: branches paraboliques de direction (Oy) en $-\infty$ et $+\infty$.

3), 4) & 5) $f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$ (croissante sur $]-\infty\ ;\ -1]$ et $[1\ ;\ +\infty[$, décroissante sur $[-1\ ;\ 1]$, avec $f(-1)=5$ et $f(1)=1$).

• $f''(x)=6x$ s'annule en changeant de signe en 0 : $\boxed{A(0\ ;\ 3)\text{ est l'unique point d'inflexion}}$ de $\mathscr{C}_f$.

• Tangente (T) en $A(0\ ;\ 3)$: $f'(0)=-3$, d'où $\boxed{(T):y=-3x+3}$.

apcpedagogie.com