DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques **Classe : 3ème Mathématiques** **Prof : Kayel. M | Durée : 2 heures**

Le sujet comporte 3 exercices (barème total : 20 points) dont une feuille annexe (Annexes 1 et 2) à rendre avec la copie.

Exercice N°1 : (5 pts)

Les deux questions sont indépendantes.

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 4iz + 7 = 0$ et $z - 2\overline{z} = 1 + 9i$.

2/ Montrer par récurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$, on a : $S_n = \sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Exercice N°2 : (7 pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$.

On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = 2i$ et $z_C = \dfrac{1}{2} + i\,\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$.

1/ **a)** Donner la forme trigonométrique de z_A et z_B.

b) Vérifier que A et B sont situés sur un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 2.

2/ **a)** Vérifier que C est le milieu de $[AB]$.

b) Construire les points A, B et C sur l'annexe 1.

3/ **a)** Montrer que la demi-droite $[OC)$ est la bissectrice de l'angle $(\vec{OA}\,;\vec{OB})$.

b) Donner un argument de $\dfrac{z_B}{z_A}$.

4/ **a)** En déduire que $\dfrac{5\pi}{12}$ est un argument de z_C et que $z_C = [\sqrt{2+\sqrt{3}}\,;\,\dfrac{5\pi}{12}]$.

b) Donner alors les valeurs exactes de $\cos(\dfrac{5\pi}{12})$ et de $\sin(\dfrac{5\pi}{12})$.

5/ Soit M un point d'affixe z. Déterminer l'ensemble des points M suivants :

- $(E_1) : |z - 1 - i\sqrt{3}| = |1 - i|$
- $(E_2) : |z - 1 - i\sqrt{3}| = |z - 2i|$

Exercice N°3 : (8 pts)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1/ **a)** Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-2}$.

b) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et que $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$.

c) Dresser le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

apcpedagogie.com

2/ **a)** Montrer que la courbe de f admet deux asymptotes que l'on précisera.

b) Montrer que le point $A(2 ; -1)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f).

3/ On a tracé la courbe de f sur $[1 ; +\infty[\setminus \{2\}$ sur l'annexe 2. Compléter le traçage de (C_f) ainsi que les deux asymptotes.

4/ Utiliser la courbe de f pour discuter, suivant les valeurs de m, le nombre des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 - (5 + m)x + 2m + 7 = 0$.

5/ Soit g la fonction définie par : $g(x) = |x - 1| + \dfrac{1}{|x - 1| - 1} - 2$. On désigne par (C_g) la courbe représentative de g dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

a) Montrer que la droite $\Delta : x = 1$ est un axe de symétrie de la courbe de g.

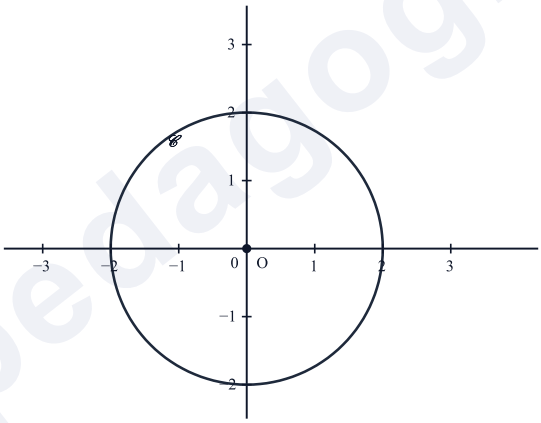
b) Expliquer comment se construit la courbe (C_g) à partir de la courbe (C_f).

6/ **a)** Tracer (C_g) dans le même repère avec (C_f) (annexe 2).

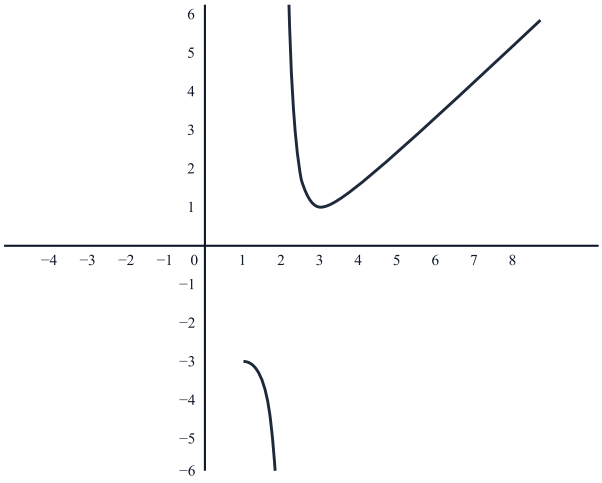
b) En déduire le tableau de variation de g.

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE **Nom et Prénom : ..... Classe : 3ème M**

Annexe 1



Annexe 2



apcpedagogie.com