Date : 13 Février 2026 **Année scolaire : 2025 – 2026**

DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques **Classe : 3ème Mathématiques** **Durée : $|1 + i\sqrt{3}|$ heures (2 heures)**

Le sujet comporte 4 exercices dont une feuille annexe (Figures 1 et 2) à rendre avec la copie.

Exercice N°1 :

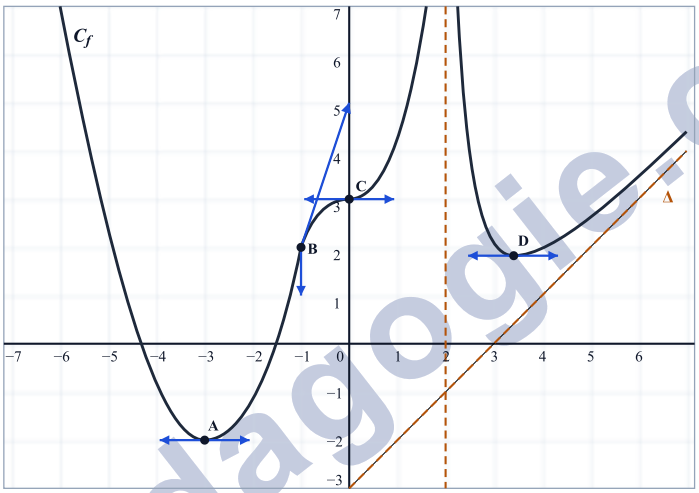
Soit C_f la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

▷ On a tracé les tangentes et les demi-tangentes à C_f aux points d'abscisses -3, -1, 0 et $2 + \sqrt{2}$.

▷ La droite d'équation $x = 2$ est une asymptote verticale à C_f.

▷ La droite Δ d'équation $y = x - 3$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$.

▷ La courbe C_f admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) au voisinage de $-\infty$.



1) Donner les intervalles sur lesquels f est dérivable.

2) Déterminer à l'aide du graphique :

a- $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x) - x + 3}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

b- $f'(2 + \sqrt{2}), f_d'(-1), \lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{2 - f(x)}{x + 1}$ et $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{f(x) - 3}{x}$.

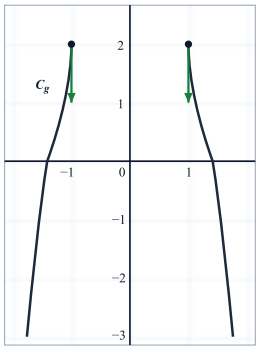
3) Dresser le tableau de variation de f (on donne $f(2 + \sqrt{2}) = -1 + 2\sqrt{2}$).

4) Préciser les extremums de f et leurs natures.

Exercice N°2 :

apcpedagogie.com

A) La courbe ci-contre est la représentation graphique C_g dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la fonction g définie sur $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$ par $g(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2-1}$.



1) Calculer $g(\sqrt{2})$ et $g(-\sqrt{2})$.

2) Par lecture graphique :

a- Déterminer le domaine de dérivabilité de g.

b- Déterminer le signe de $g(x)$ pour $x \in]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.

B) Soit f la fonction définie sur $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2\sqrt{x^2-1}}{x} - x + 1$. Soit C_f sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) **a-** Étudier la dérivabilité de f à droite en 1 et à gauche en -1. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

c- Montrer que la droite $\Delta : y = -x + 3$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$ et que la droite $\Delta' : y = -x - 1$ est une asymptote à C_f au voisinage de $-\infty$.

2) **a-** Montrer que pour tout $x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{\dfrac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2-1}}}{}$.

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Montrer que $\Omega(0, 1)$ est un centre de symétrie à C_f.

3) Tracer C_f dans la figure 1 de l'annexe.

Exercice N°3 :

Le plan P est orienté dans le sens direct. Dans la figure 2 de l'annexe, on a : ABC un triangle rectangle et isocèle en A de sens direct ; ACF et AEB deux triangles équilatéraux directs.

1) Soit R la rotation de centre A et d'angle $-\dfrac{\pi}{3}$.

a- Déterminer $R(F)$ et $R(B)$. En déduire que $BF = CE$.

b- Construire $C' = R(C)$.

c- Montrer que le quadrilatère $AFCC'$ est un losange.

2) Les droites (AC') et (BC) se coupent en K et les droites (AF) et (EC') se coupent en J.

a- Montrer que $R((AC')) = (AF)$ et déterminer $R((BC))$.

b- En déduire que le triangle AKJ est équilatéral.

3) **a-** Montrer qu'il existe une unique rotation R' vérifiant $R'(B) = F$ et $R'(E) = C$.

b- Montrer que A est le centre de R' et vérifier que l'angle de R' est $\dfrac{5\pi}{6}$.

apcpedagogie.com

4) **a-** Caractériser $R \circ R'$.

b- Montrer alors que les droites (BE) et (CC') sont perpendiculaires.

5) Soient M un point du segment $[BE]$ et N le point du segment $[CC']$ tel que $BM = CN$. Montrer que, lorsque M varie, le cercle de diamètre $[MN]$ passe par un point fixe que l'on précisera.

Exercice N°4 :

On considère les deux nombres complexes $a = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ et $b = -\sqrt{3} + i$.

1) **a-** Écrire sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes a et b.

b- En déduire la forme trigonométrique du nombre complexe $u = \overline{a} \cdot b^2$.

2) **a-** Montrer que $u = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + (2\sqrt{6} + 2\sqrt{2})i$.

b- En déduire $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(\frac{5\pi}{12})$.

3) Vérifier que $u^{2028} \in \mathbb{R}_-$.

4) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A et B les points d'affixes respectives a et b. À tout point M du plan d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = \dfrac{z + \sqrt{2} + \sqrt{2}i}{iz + \sqrt{3}i + 1}$.

Montrer que lorsque M décrit la médiatrice du segment $[AB]$, le point M' décrit un cercle que l'on précisera.

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE **Nom : ..... Prénom : ..... Classe : 3M** **N° : .....**

Figure 1 : (Exercice N°2)

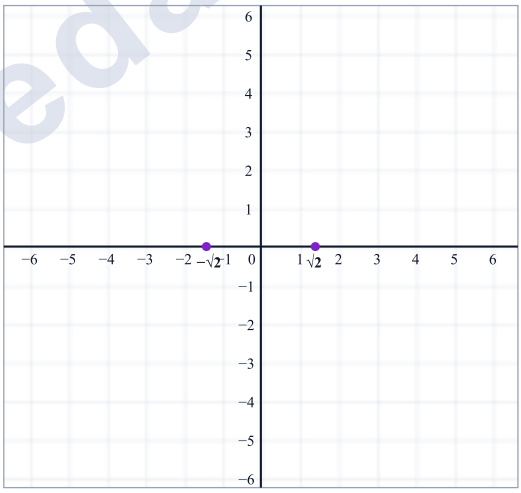
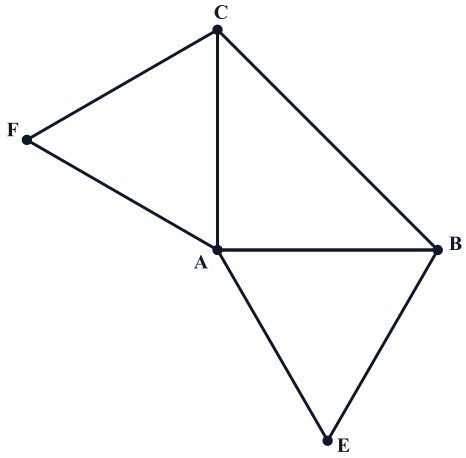


Figure 2 : (Exercice N°3)

apcpedagogie.com



apcpedagogie.com