Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Informatiques | Barème : 20 points

Exercice n°1 : Vrai ou Faux (3 points)

3 pts

1) **FAUX** : la somme des chiffres de 2013 vaut 2 + 0 + 1 + 3 = 6, qui est divisible par 3 (2013 = 3 × 671).

2) **VRAI** : si $d \mid 5n+7$ et $d \mid 3n+4$, alors d divise toute combinaison linéaire, en particulier $5(3n+4) - 3(5n+7) = 20 - 21 = -1$, d'où $d = 1$.

Exercice n°2 : Arithmétique — PGCD (5 points)

5 pts

1) Comme $a \wedge b = 183$, il existe deux entiers naturels a' et b' premiers entre eux ($a' \wedge b' = 1$) tels que $a = 183a'$ et $b = 183b'$. On a $183(a'+b') = 2013 \Leftrightarrow a'+b' = 11$. Les couples (a', b') d'entiers premiers entre eux de somme 11 sont (1, 10) ; (2, 9) ; (3, 8) ; (4, 7) ; (5, 6) et leurs symétriques, d'où :

$$\boxed{S = \{(183, 1830) ; (366, 1647) ; (549, 1464) ; (732, 1281) ; (915, 1098) ; (1098, 915) ; (1281, 732) ; (1464, 549) ; (1647, 366) ; (1830, 183)\}}$$

.

2) a) & b) Par l'algorithme d'Euclide : $2014 = 51 \times 39 + 25$; $51 = 25 \times 2 + 1$; $25 = 1 \times 25 + 0$, donc $2014 \wedge 51 = 1$ (2014 et 51 sont premiers entre eux). On en déduit : $4028 \wedge 102 = (2 \times 2014) \wedge (2 \times 51) = 2 \times (2014 \wedge 51) = \boxed{2}$.

Exercice n°3 : Étude d'une fonction rationnelle (7 points)

7 pts

1) a) & b) $2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$, donc $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}}$. Pour $x \to -2$, le numérateur tend vers $(-2)^2 + 4(-2) + 2 = -2 < 0$: $\lim\limits_{x \to (-2)^+} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to (-2)^-} f(x) = +\infty$. Ainsi, la droite d'équation $\boxed{x = -2}$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$.

2) a), b) & c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2}{2x} = +\infty$. De plus, $f(x) = \dfrac{(x+2)^2 - 2}{2(x+2)} = \dfrac{1}{2}x + 1 - \dfrac{1}{x+2}$, soit

$$\boxed{a = \frac{1}{2}, b = 1, c = -1}.$$

Comme $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - (\dfrac{1}{2}x + 1)] = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{-1}{x+2} = 0$, la droite $\Delta : y = \dfrac{1}{2}x + 1$ est asymptote oblique à $\mathscr{C}$.

3) a) & b) Pour tout $x \neq -2$, $f'(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} > 0$. La fonction f est donc strictement croissante sur $]-2 ; +\infty[$ (de $-\infty$ à $+\infty$).

apcpedagogie.com

Exercice n°4 : Lecture graphique (5 points)

5 pts

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - \frac{1}{2}x] = 0$ (asymptote oblique $y = \frac{1}{2}x$).

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$ (asymptote horizontale $y = 2$) et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$.

3) & 4) $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$; $f'(1) = 0$ (tangente horizontale) ; $f'_g(0) = \frac{2-0}{-1-0} = -2$ (demi-tangente passant par $(0,0)$ et $(-1,2)$).

5) Tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$\mathbf{0}$	$+\infty\ \searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

apcpedagogie.com