Année scolaire : 2026 – 2027

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques — Classe : 3ème Sciences Informatiques — Barème : 20 points

Exercice N°1 : Prolongement par continuité (3 points)

3 pts

1- & 2- Pour $x \neq 2$, $f(x) = \dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2} = x-3$, d'où $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} (x-3) = \boxed{-1}$.

3- & 4- f est continue en 2 ssi $f(2) = \lim\limits_{x\to 2} f(x)$, soit $\boxed{a = -1}$. Pour $a = -1$, $f(x) = x - 3$ pour tout $x \in \mathbb{R}$: c'est une fonction affine, donc **continue sur $\mathbb{R}$**.

Exercice N°2 : Parité et centre de symétrie (4 points)

4 pts

1- a) & b) $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$ (symétrique par rapport à 0) et $f(-x) = (-x)^3 - (-x) = -(x^3 - x) = -f(x)$: $\boxed{f \text{ est impaire}}$.

2- a) & b) $\boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1\}}$. Pour tout $x \neq -1$, $-2 - x \neq -1$ et $g(-2-x) + g(x) = \dfrac{(-2-x)^2+3}{-1-x} + \dfrac{x^2+3}{x+1}$ $= \dfrac{-4x-4}{x+1} = -4 = 2(-2)$: le point $\boxed{I(-1\ ;\ -2)}$ est donc centre de symétrie de C_g.

Exercice N°3 : Lecture graphique (5 points)

5 pts

1- & 2- Domaine de définition : $\boxed{D_f = [-2\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 4]}$; domaine de continuité : $\boxed{[-2\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ 1[\cup [1\ ;\ 4]}$. On lit $\boxed{f(1) = 0}$.

3- & 4- • $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{\sqrt{2} - 1\ ;\ 1\ ;\ 3\}$ (soit environ $\{0{,}4\ ;\ 1\ ;\ 3\}$) et $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in [-2\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ \sqrt{2} - 1[\cup]3\ ;\ 4]$.

• f est décroissante sur $[-2\ ;\ -1]$ (de -1 à -2), croissante sur $[-1\ ;\ 0[$ (de -2 à -1) et sur $]0\ ;\ 1[$ (de -1 à 2), puis sur $[1\ ;\ 2]$ (de 0 à 1) et décroissante sur $[2\ ;\ 4]$ (de 1 à -3).

5-, 6- & 7- • Maximum sur $[1\ ;\ 3]$: $\boxed{1}$ atteint en $x = 2$. • Nombre de solutions de $f(x) = m$: **0** si $m < -3$ ou $m \geq 2$; **1** si $m \in [-3\ ;\ -2[\cup]1\ ;\ 2[$; **2** si $m = -2$ ou $m \in]-1\ ;\ 0[\cup \{1\}$; **3** si $m \in [-2\ ;\ -1[\cup [0\ ;\ 1[$ (avec $m \neq -2$) ; **2** si $m = -1$. • $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 0}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2}$; $\boxed{\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -1}$.

Exercice N°4 : Tableau de variation (4 points)

4 pts

1- & 2- • $-2 \in [-3\ ;\ -1]$ donc $f(-2) < 0$ et $-0{,}5 \in]-1\ ;\ 0[$ donc $f(-0{,}5) < 0$; comme $1 \in [0\ ;\ 2]$ et $2{,}5 \in [2\ ;\ 3]$, on compare via leurs intervalles. En particulier, $f(-0{,}5) \in]-5\ ;\ 0[$ et $f(4) \in]-9\ ;\ 0[$ (sur $[-3\ ;\ 20[$, $f(-2)$ et $f(-0{,}5)$ ne sont pas comparables directement sans formule, tandis que $f(1) > 0$ et $f(2{,}5) > 0$). • $\boxed{f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3\ ;\ 0\ ;\ 3\ ;\ 9\}}$.

3- & 4- $f(x) > 0$ sur $]0\ ;\ 3[\cup]9\ ;\ 20[$ et $f(x) < 0$ sur $]-3\ ;\ 0[\cup]3\ ;\ 9[$. Extremums : $\boxed{\text{minimum absolu } -9 \text{ en } x = 5}$; $\boxed{\text{minimum local } -5 \text{ en } x = -1}$; $\boxed{\text{maximum local } 3 \text{ en } x = 2}$ (et maximum local 0 en $x = -3$).

Exercice N°5 : Inéquations trigonométriques (4 points)

4 pts

1- a) & b) Sur $]-\pi\ ;\ \pi]$: • $\cos x \leq \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \in]-\pi\ ;\ -\dfrac{\pi}{6}] \cup [\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \pi]$. • $\sin x \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x \in [\dfrac{\pi}{4}\ ;\ \dfrac{3\pi}{4}]$.

2- & 3- En étudiant le produit des signes sur les intervalles délimités par $-\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{3\pi}{4}$: le produit est positif ou nul lorsque les deux facteurs sont de même signe, d'où

$$\boxed{S =]-\pi\ ;\ -\frac{\pi}{6}] \cup [\frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}\ ;\ \pi]}.$$

apcpedagogie.com