Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Techniques** | **Durée : 2 heures**

Exercice 1 : (5 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est exacte ; cocher la bonne case :

Questions	Réponses		
1. Pour tout réel x, $\sin^2(2x) + \cos^2(2x)$ est égal à :	☐ 1	☐ 2	☐ 0
2. Sur le cercle trigonométrique muni du repère $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, soit M un point tel que $(\vec{u}, \vec{OM}) = -\frac{50\pi}{6} + 2k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Les coordonnées de M sont :	☐ $(\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2})$	☐ $(\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2})$	☐ $(-\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2})$
3. Le domaine de continuité de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{3x^2 - 6x}$ est :	☐ $\mathbb{R}^* \setminus \{2\}$	☐ $\mathbb{R}$	☐ $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
4. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{1 - \cos(x)}{3x}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 3$ est :	☐ continue en 0	☐ discontinue en 0	☐ continue sur $\mathbb{R}$
5. La limite en 0 de la fonction h définie par $h(x) = \frac{\sin(8x)}{4x}$ est égale à :	☐ 1	☐ 2	☐ 4

Exercice 2 : (5 points)

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1} & \text{si } x \geq 2 \\ f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.

2) **a)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. **b)** Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{f(x) - f(3)}{x - 3}$.

3) **a)** Étudier la continuité de f en 2. **b)** Déterminer le domaine de continuité de f.

Exercice 3 : (3 points)

1) Donner la définition d'une fonction f continue sur l'intervalle $]-\infty ; a]$, où a est un réel donné.

2) En déduire que la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{6 - 3x} + x^2 - 2$ est continue sur $]-\infty ; 2]$.

apcpedagogie

Exercice 4 : (7 points)

I/ Calculer : $\cos\left(\frac{100\pi}{3}\right)$; $\cos\left(\frac{35\pi}{3} + 25\pi\right)$; $\sin\left(\frac{99\pi}{6} - 15\pi\right)$ et $\sin\left(-\frac{55\pi}{3} + 9\pi\right)$.

II/ Montrer les égalités suivantes :

1. $[\sin(2x) + \cos(2x)]^2 - 1 = \sin(4x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2. $\tan^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \tan^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 14$.

3. $\sin^3(x) = \frac{3}{4}\sin(x) - \frac{1}{4}\sin(3x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

III/ Soit x un nombre réel.

1. Montrer que l'on a : $\cos^4(x) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cos(2x) + \frac{1}{8}\cos(4x)$.

2. En déduire que : $\cos^4\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{7\pi}{8}\right) = \frac{3}{2}$.

apcpedagogie.com