Année scolaire : 2026 – 2027

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Épreuve : Mathématiques | **Classe : 3ème Sciences Informatiques** | **Durée : 3 heures**

A – Étude d'une fonction rationnelle (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 5x + 4}{x - 2}$. On note $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- Déterminer les nombres a, b, c tels que pour tout $x \neq 2$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x - 2}$. *(Pour la suite on pourra admettre $a = 2$, $b = -1$ et $c = 2$).*

2- **a)** Montrer que la fonction dérivée de f est $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 8x + 6}{(x - 2)^2}$. **b)** Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.

c) Étudier les limites de $f(x)$ aux bornes de son domaine de définition et en déduire l'équation d'une asymptote verticale à $(\mathscr{C}_f)$.

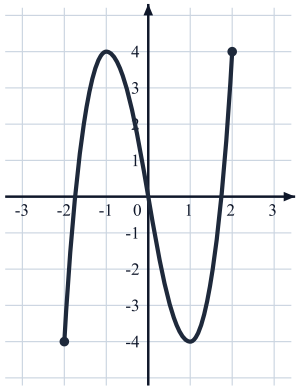
d) Démontrer que la droite d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à $(\mathscr{C}_f)$. **e)** Dresser le tableau de variation de f.

3- **a)** Calculer les coordonnées du point d'intersection A de $(\mathscr{C}_f)$ avec l'axe des ordonnées $(O, \vec{j})$. **b)** Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au point A d'abscisse 0.

4- Construire $(\mathscr{C}_f)$, (T) et ses asymptotes dans le même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

B – Représentation graphique et fonction (6 points)

On désigne par f une fonction dérivable sur $[-2 ; 2]$ dont la représentation graphique est la suivante :



Partie A : 1- Utiliser ce graphique pour lire les valeurs $f(0)$, $f(-1)$ et $f'(1)$. **2-** Dresser le tableau de variation de la fonction f. **3-** Indiquer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = -4$.

apcpedagogie.com

Partie B : On suppose que $f(x) = ax^3 + bx + c$.

1- Montrer que les valeurs trouvées pour $f(0), f(-1), f'(1)$ conduisent au système : $\begin{cases} c = 0 \\ a + b = -4 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$

2- Résoudre celui-ci et donner l'expression de $f(x)$. **3-** Calculer $f'(x)$ et dresser son tableau de variation sur $[-2 ; 2]$. **4-** Montrer que f admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

C – Probabilités (6 points)

Exercice n°1 : Un dé est truqué. La loi de probabilité de cette expérience est la suivante en fonction du réel a :

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilités	a	$3a$	$4a$	a	$2a$	$6a$

1- a) Déterminer la valeur de a. **b)** Recopier le tableau en y plaçant les probabilités exactes.

2- On lance le dé. Calculer la probabilité des événements : **a.** A : « Obtenir un nombre pair » ; **b.** B : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 » ; **c.** C : « Obtenir un nombre pair et supérieur ou égal à 4 ».

Exercice n°2 : Une urne contient 5 boules blanches numérotées $\{1, 1, 1, 0, 0\}$ et 4 boules rouges numérotées $\{1, 1, 1, 0\}$. On tire simultanément 3 boules. Calculer la probabilité des événements : **1- a)** A : « obtenir 3 boules de même couleur » ; **b)** En déduire B : « obtenir des boules de couleurs différentes ».

2- a) C : « obtenir 3 boules de numéro 1 » ; **b)** D : « obtenir 3 boules blanches » ; **c)** E : « obtenir 3 boules blanches et de numéro 1 » ; **d)** F : « obtenir 3 boules blanches ou de numéro 1 ».

apcpedagogie.com