Année scolaire : 2026 – 2027

# CORRECTION DU DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

Épreuve : Mathématiques | Classe : 3ème Sciences Techniques | Barème : 20 points

## Exercice 1 : QCM (5 points)

5 pts

**1.** **1** — Relation fondamentale : $\sin^2(2x) + \cos^2(2x) = 1$.

**2.** $\left(-\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ — Car $-\frac{50\pi}{6} = -8\pi - \frac{\pi}{3}$ : $\cos(-\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$, $\sin(-\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (remarque : $-\frac{50\pi}{6} = -\frac{25\pi}{3} = -8\pi - \frac{\pi}{3}$, d'où $\left(\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$).

**3.** $\mathbb{R}^* \setminus \{2\}$ — $f$ est une fonction rationnelle définie pour $3x(x-2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq 2$.

**4.** **discontinue en 0** — Car $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{3x} = 0 \neq g(0) = 3$.

**5.** **2** — Car $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(8x)}{4x} = \lim\limits_{x\to 0} 2 \times \frac{\sin(8x)}{8x} = 2 \times 1 = 2$.

## Exercice 2 : Fonction définie par morceaux (5 points)

5 pts

**1)** Sur $[2 ; +\infty[$, $x - 1 \neq 0$ ; sur $]-\infty ; 2[$, $x - 2 \neq 0$ : donc $D_f = \mathbb{R}$.

**2) a) & b)** • $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x} =$ $+\infty$ ; pour $x < 2$, $f(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = x + 1$, d'où $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) =$ $-\infty$.

• $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} (x+1) =$ **1** ; pour $x > 2$, $f(3) = \frac{10}{2} = 5$ et $\lim\limits_{x\to 3} \frac{f(x)-5}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-5x+6}{(x-1)(x-3)} = \lim\limits_{x\to 3} \frac{x-2}{x-1} =$ $\frac{1}{2}$.

**3) a) & b)** $f(2) = \frac{5}{1} = 5$, $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 5$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} (x+1) = 3 \neq 5$ : $f$ est **discontinue en 2**. Son domaine de continuité est donc $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

## Exercice 3 : Continuité sur un intervalle (3 points)

3 pts

**1)** Une fonction $f$ est continue sur $]-\infty ; a]$ lorsqu'elle est continue en tout réel de $]-\infty ; a[$ et continue à gauche en $a$.

**2)** Sur $]-\infty ; 2]$, $x \mapsto 6 - 3x$ est affine, positive et continue sur $]-\infty ; 2]$, donc $x \mapsto \sqrt{6-3x}$ est continue sur $]-\infty ; 2]$. Comme $x \mapsto x^2 - 2$ est polynomiale donc continue sur $\mathbb{R}$, $f$ est **continue sur $]-\infty ; 2]$** par somme.

## Exercice 4 : Trigonométrie (7 points)

apcpedagogie.com

7 pts

**I/** • $\cos(\frac{100\pi}{3}) = \cos(34\pi - \frac{2\pi}{3}) = \boxed{-\frac{1}{2}}$ ; • $\cos(\frac{35\pi}{3} + 25\pi) = \cos(36\pi + \frac{2\pi}{3}) = \boxed{-\frac{1}{2}}$ ;

• $\sin(\frac{99\pi}{6} - 15\pi) = \sin(\frac{3\pi}{2}) = \boxed{-1}$ ; • $\sin(-\frac{55\pi}{3} + 9\pi) = \sin(-10\pi + \frac{2\pi}{3}) = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

**II/ 1.** $[\sin(2x) + \cos(2x)]^2 - 1 = \sin^2(2x) + \cos^2(2x) + 2\sin(2x)\cos(2x) - 1 = 1 + \sin(4x) - 1 = \boxed{\sin(4x)}$.

**2.** Comme $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}$, $\tan(\frac{5\pi}{12}) = \frac{1}{\tan(\frac{\pi}{12})}$ et $\tan(\frac{\pi}{12}) = 2 - \sqrt{3}$ : $(2-\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{3})^2 = (7 - 4\sqrt{3}) + (7 + 4\sqrt{3}) = \boxed{14}$.

**3.** $\sin(3x) = \sin(2x + x) = 2\sin x \cos^2 x + \cos(2x)\sin x = 2\sin x(1 - \sin^2 x) + (1 - 2\sin^2 x)\sin x = 3\sin x - 4\sin^3 x$, d'où $\sin^3(x) = \frac{3}{4}\sin(x) - \frac{1}{4}\sin(3x)$.

**III/ 1. & 2.** • $\cos^4(x) = [\frac{1 + \cos(2x)}{2}]^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cos(2x) + \frac{1}{4}(\frac{1 + \cos(4x)}{2}) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cos(2x) + \frac{1}{8}\cos(4x)$.

• En sommant pour $x \in \{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}\}$ : $\sum \cos(2x) = \cos(\frac{\pi}{4}) + \cos(\frac{3\pi}{4}) + \cos(\frac{5\pi}{4}) + \cos(\frac{7\pi}{4}) = 0$ et $\sum \cos(4x) = \cos(\frac{\pi}{2}) + \cos(\frac{3\pi}{2}) + \cos(\frac{5\pi}{2}) + \cos(\frac{7\pi}{2}) = 0$, d'où $S = 4 \times \frac{3}{8} = \boxed{\frac{3}{2}}$.

apcpedagogie.com