Année scolaire : 2026 – 2027

# DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

**Épreuve : Mathématiques** — **Classe : 3ème Sciences Techniques** — **Durée : 2 heures**

## Exercice n°1 : (3 points)

Cocher la réponse exacte en justifiant la réponse :

**1.** $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4+x^3-2}{x-1} =$ a) 0 b) 7 c) 1

**2.** Si $z$ est un nombre complexe d'argument $\dfrac{\pi}{3}$ alors $\arg\left(\dfrac{z^2}{\overline{z}}\right) =$ a) $\pi + 2k\pi$ b) $\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$ c) $-\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$

**3.** Si $A$, $B$, $C$ et $D$ sont quatre points du plan tels que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ alors a) $C = D$ b) $(AB) \parallel (CD)$ c) $(AB) \perp (CD)$

## Exercice n°2 : (7 points)

**I/** Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $g(x) = \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

**1.** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat. **2.** Calculer $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$.

**3.** **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 0$. **b)** Donner suivant les valeurs de $x$ le signe de $g(x)$.

**II/** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$ et $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

**1.** **a)** Montrer que $\Delta : y = x + 1$ est une asymptote oblique à $(C_f)$ au voisinage de $-\infty$ et au voisinage de $+\infty$.
**b)** Étudier la position de $(C_f)$ et $\Delta$.

**2.** **a)** Montrer que $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ et que $f'(x) = g(x)$. **b)** Dresser le tableau de variation de $f$.

**3.** **a)** Écrire l'équation de la tangente $T$ à $(C_f)$ au point d'abscisse 3. **b)** Existe-t-il des points de $(C_f)$ où la tangente est parallèle à $\Delta$ ?

## Exercice n°3 : (6 points)

$(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ désigne un repère orthonormé du plan complexe. $A$, $B$ et $C$ trois points d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ; $z_B = 1 - i$ et $z_C = -2 + i\sqrt{3}$.

**1.** **a)** Écrire $z_A$ et $z_B$ sous forme trigonométrique. **b)** Déduire la forme trigonométrique de $\dfrac{z_A}{z_B}$.

**2.** **a)** Écrire $\dfrac{z_A}{z_B}$ sous la forme algébrique. **b)** Déduire la valeur exacte de $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

**3.** **a)** Montrer que $ABC$ est un triangle rectangle en $A$. **b)** Déterminer l'affixe du point $D$ pour que $ABDC$ soit un rectangle.

**4.** Déterminer l'ensemble des points $M$ d'affixe $z$ tel que $\left|\dfrac{\overline{z}}{z-1+i}\right| = 1$.

apcpedagogie.com

## Exercice n°4 : (4 points)

Dans le plan on considère un triangle équilatéral $ABC$ tel que $AB = 3$. Soit $I$ le milieu de $[BC]$ et $D$ le symétrique de $C$ par rapport à $B$.

**1.** Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ; $\vec{IA} \cdot \vec{IC}$ et $\vec{IB} \cdot \vec{IC}$.

**2.** Soit $J$ le milieu de $[AD]$. Montrer que : $\vec{AJ} \cdot \vec{AC} = 0$.

**3.** Soit $(E)$ l'ensemble des points $M$ du plan tels que $MC^2 - 2MB^2 = -9$.

**a)** Vérifier que $A$ appartient à $(E)$. **b)** Montrer que $D$ est le barycentre des points pondérés $(C, 1)$ et $(B, -2)$.

**c)** Déterminer l'ensemble $(E)$.

apcpedagogie.com