

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2020	Session principale		
	 Épreuve : Mathématiques	Section : Sport	
	Durée : 2h	Coefficient de l'épreuve : 1	

§ § § § § §

Le sujet comporte 4 pages numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4.

La page 4/4 est à remettre avec la copie.

Exercice n°1 (6 points)

On considère un dé cubique équilibré dont deux faces sont numérotés 0, 0 et quatre faces sont numérotées 1, 1, 1, 1.

1) On lance ce dé une seule fois et on note le numéro de la face supérieure obtenue.

On désigne par A et B les événements suivants :

A : « Obtenir le numéro 0 ».

B : « Obtenir le numéro 1 ».

a/ Vérifier que $P(A) = \frac{1}{3}$.

b/ Calculer $P(B)$.

2) Une expérience consiste à lancer le dé précédent deux fois de suite, en notant à chaque fois le numéro inscrit sur la face supérieure obtenue.

a/ On considère l'événement suivant :

C : « La somme des deux numéros obtenus est égale à 1 ».

Montrer que $P(C) = \frac{4}{9}$.

b/ Soit X la variable aléatoire égale à la somme des deux numéros obtenus.

Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

x_i		1	
$P(X=x_i)$		$\frac{4}{9}$	

c/ Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

Exercice n° 2 (8 points)

Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (C) d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et Δ la droite d'équation $y = x$.

- L'axe des abscisses est une asymptote à (C) au voisinage de $(-\infty)$.
- (C) admet au voisinage de $(+\infty)$ une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- La droite (AB) étant la tangente à (C) au point A, où $A(1 ; 1)$ et $B(5 ; 3)$.

1) En utilisant le graphique :

a/ Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b/ Dresser le tableau de variation de f .

c/ Déterminer $f(1)$ et justifier que $f'(1) = \frac{1}{2}$, où $f'(1)$ désigne le nombre dérivé de f en 1.

2) On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = e^{ax+b}$, où a et b sont deux réels.

a/ Exprimer $f'(x)$ en fonction de a et b .

b/ Montrer alors que $a = \frac{1}{2}$ et $b = -\frac{1}{2}$

3) a/ Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

b/ On note par f^{-1} la fonction réciproque de f .

Donner l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.

4) La droite Δ coupe (C) en deux points d'abscisses respectives 1 et α

Soit (D) le domaine de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite Δ et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$

a/ Placer sur l'axe $(O, \vec{i})$ le point E d'abscisse α .

b/ Hachurer le domaine (D).

c/ On note par $\mathcal{A}$ l'aire du domaine (D). Montrer que $\mathcal{A} = \frac{1}{2}(\alpha - 2)^2 - \frac{1}{2}$.

Exercice n°3 (6 points)

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} u_0 = 300, \\ u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 100. \end{cases}$$

1) a/ Calculer u_1 et u_2 .

b/ En déduire que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a/ Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n < 500$.

b/ Vérifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{5}(500 - u_n)$.

c/ En déduire que la suite (u_n) est croissante.

3) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 500$, $n \geq 0$.

a/ Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$ et de premier terme $v_0 = -200$.

b/ Exprimer v_n en fonction de n .

c/ En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 500 - 200\left(\frac{4}{5}\right)^n$

d/ Calculer alors la limite de la suite (u_n) .

4) L'inscription à une salle de sport se fait par des abonnements annuels. En 2016 il y avait 300 abonnés. On suppose que chaque année, 100 nouveaux abonnés s'y inscrivent et que d'une année à la suivante 80% des abonnés renouvellent leurs abonnements.

a/ Vérifier que pour tout entier naturel n , le nombre d'abonnés estimé pour l'année $(2016+n)$ est égal à u_n .

b/ Dans combien d'années le nombre d'abonnés dépassera-t-il 480 abonnés ?

Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants

.....

.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Sport
Session principale (2020)
Annexe à rendre avec la copie

