

*Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.*

*La page 4/4 est à remettre avec la copie.*

### Exercice n° 1 (6 points)

Cinq clubs de football, deux tunisiens, deux algériens et un marocain participent à un tournoi.

Les organisateurs de ce tournoi ont opté pour un tirage au hasard et simultanément afin de désigner les deux clubs qui s'opposent dans le match d'ouverture.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

**A** : « Les deux clubs tunisiens s'opposent dans le match d'ouverture »

**B** : « Un club algérien et le club marocain s'opposent dans le match d'ouverture »

**C** : « Le match d'ouverture oppose deux clubs de pays différents »

2) Soit  $X$  la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de clubs tunisiens qui participent au match d'ouverture.

a) Justifier que les valeurs prises par  $X$  sont : 0 ; 1 et 2.

b) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de  $X$ .

### Exercice n° 2 (7 points)

On donne la suite  $(U_n)$  définie par: 
$$\begin{cases} U_0 = 11 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 5 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .

b) Justifier que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n - 10$

a) Calculer  $V_0$ .

b) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

c) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$  et en déduire que  $U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 10$ .

d) Calculer alors la limite de  $(U_n)$ .

3) Trouver le plus petit entier naturel  $n$  tel que, on a :  $U_n \leq 10,001$ .

### Exercice n° 3 (7 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$  par  $f(x) = \ln(2x+3)$  et  $(C)$  sa

courbe représentative dans un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

b) Déterminer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $\left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$ .

c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

d) Montrer que la droite  $T$  d'équation  $y = 2x + 2$  est la tangente à la courbe  $(C)$  au point d'abscisse  $-1$ .

2) On a construit dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative  $(\Gamma)$  de la fonction  $\ln$  (logarithme népérien).

a) Placer les points de la courbe  $(\Gamma)$  d'ordonnées respectives  $\ln 2$ ,  $\ln 3$  et  $\ln 4$ .

b) Copier et compléter le tableau suivant :

|      |                |   |               |
|------|----------------|---|---------------|
| x    | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ |
| f(x) |                |   |               |

c) Construire, dans le repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ , les points de la courbe **(C)**

d'abscisses respectives  $-\frac{1}{2}$ , 0 et  $\frac{1}{2}$ .

d) Tracer, dans le repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ , la tangente **T** et la courbe **(C)**.

3) Soit F la fonction définie sur  $\left] -\frac{3}{2}, +\infty \right[$  par  $F(x) = (x + \frac{3}{2}) \ln(2x + 3) - x$

a) Justifier que F est une primitive de f sur  $\left] -\frac{3}{2}, +\infty \right[$ .

b) Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe **(C)**, l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -1$  et  $x = \frac{1}{2}$ .

Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et Prénom : .....

Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants

.....

.....



**Épreuve : Mathématiques Section : Sport**

**Annexe à rendre avec la copie**

