

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ***** EXAMEN DU BACCALAURÉAT	Épreuve : MATHÉMATIQUES	
	Section : Sport	
	Durée : 2 h	Coefficient : 1
SESSION 2016	Session principale	

Le sujet comporte 3 pages numérotées 1/3 , 2/3 et 3/3.

La page 3/3 est à remettre avec la copie.

Exercice 1 (7 points)

On donne la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2016 \\ u_{n+1} = \frac{1}{e}(u_n - 2015) + 2015 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1) a) Calculer u_1 et u_2 .

b) justifier que $(u_2 - u_1) - (u_1 - u_0) = \left(\frac{1}{e} - 1\right)^2$.

c) En déduire que la suite (u_n) n'est pas arithmétique.

2) a) Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \left(\frac{1}{e} - 1\right)(u_n - 2015)$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 2015$.

c) En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

3) Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 2015$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{e}$ et de premier terme $v_0 = 1$.

b) Déterminer v_n en fonction de n .

c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = e^{-n} + 2015$.

d) Déterminer la limite de la suite (u_n) .

4) Déterminer le plus petit entier naturel n_0 à partir duquel $u_n < 2015 + \frac{1}{2016}$.

Exercice 2 (6 points)

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher portant les numéros 1, 1, 2, 2 et 3.

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard 2 boules de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « les 2 boules tirées portent le même numéro ».

B : « parmi les 2 boules tirées, une seule porte le numéro 1 ».

C : « les 2 boules tirées portent le même numéro ou une seule d'entre elles porte le numéro 1 ».

2) Soit X la variable aléatoire qui prend le nombre de boules portant un numéro impair.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) En déduire la probabilité d'avoir au moins une boule portant un numéro impair.

c) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 3 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x-\ln 2}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Donner une équation de la tangente T à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

2) On a tracé dans l'annexe ci-jointe la droite passant par les deux points

A($\ln 2$, 1) et B($2\ln 2$, 2).

a) Justifier que les deux points A et B appartiennent à la courbe (C).

b) Montrer qu'une équation de la droite (AB) est : $y = \frac{1}{\ln 2}x$.

c) Construire dans l'annexe la courbe (C) et sa tangente T.

3) a) Utiliser le graphique obtenu pour justifier que pour tout $x \in [\ln 2, 2\ln 2]$

$$\frac{1}{\ln 2}x - e^{x-\ln 2} \geq 0.$$

b) En déduire que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{2\ln 2}x^2 - e^{x-\ln 2}$ est croissante sur l'intervalle $[\ln 2, 2\ln 2]$.

4) Montrer que l'aire, en u.a, de la partie du plan limitée par (C), les droites d'équations $x = \ln 2$, $x = 2\ln 2$ et la droite (AB) est égale à $\frac{3}{2}\ln 2 - 1$.



Section : N° d'inscription : Série :

Nom et prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des

surveillants

.....

.....



Épreuve : Mathématiques – Section : sport

Annexe à rendre avec la copie

