

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◇ ◇ ◇ EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2014	Epreuve : MATHEMATIQUES
	Durée : 2 H
	Coefficient : 1
Section : Sport	Session principale

Exercice 1 (6 points)

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 4U_n + 3 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1) a) Calculer U_1 , U_2 , $U_1 - U_0$, $U_2 - U_1$, $\frac{U_1}{U_0}$ et $\frac{U_2}{U_1}$.
 b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) On considère la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = 1 + U_n$.
 a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 4.
 b) En déduire l'expression de V_n en fonction de n .
 c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{U_n}$.

Exercice 2 (7 points)

Dix élèves d'un lycée sportif ont été médaillés lors d'une compétition régionale.
 Ils sont répartis suivant le sexe et la spécialité sportive comme suit :

	Judo	Escrime	Athlétisme
Filles	1	3	2
Garçons	2	1	1

Une association pour la promotion des sports individuels se charge de récompenser trois parmi ces dix élèves en leur payant un voyage à l'étranger.

On désigne par A et B les événements suivants :

A : « Les trois élèves récompensés sont de même sexe »

B : « Les trois élèves récompensés ont la même spécialité sportive »

- 1) a) Justifier que $P(A) = \frac{1}{5}$.
 b) Calculer $P(B)$ et $P(A \cap B)$.
 c) En déduire que la probabilité que les trois élèves récompensés soient de même sexe ou de même spécialité sportive est $\frac{29}{120}$.

- 2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque choix de trois élèves récompensés, associe le nombre de filles figurant dans le groupe.
- Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?
 - Justifier que la probabilité que le groupe soit composé uniquement de garçons est égale à $\frac{1}{30}$.
 - Déterminer la loi de probabilité de X .
 - Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice 3 (7 points)

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x} - \text{Log } x$. On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
 - En déduire la nature de la branche infinie de la courbe C au voisinage de $+\infty$.
- Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$; $f'(x) = -\frac{1+x}{x^2}$.
 - Dresser alors le tableau de variation de f .
- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0, +\infty[$.
 - Justifier que $\alpha \in]1, 2[$.
- Tracer la courbe C .
- Vérifier que la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = x + (1-x)\text{Log } x$ est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.
 - On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$. Calculer $\mathcal{A}$.
 - En remarquant que $\text{Log}(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$, montrer que $\mathcal{A} = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$.