

**EXAMEN DU
BACCALAUREAT**

SESSION DE JUIN 2011

SESSION PRINCIPALE

SECTION : S P O R T

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2 heures COEFFICIENT : 1

Exercice 1 : (6 points)

Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher : trois rouges, deux vertes et une noire.

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard trois boules de l'urne. On désigne par A et B les événements suivants :

A : « Obtenir au moins une boule rouge ».

B : « Obtenir les deux boules vertes ».

1°) a) Vérifier que $p(A) = \frac{19}{20}$ et calculer $p(B)$.

b) Définir l'évènement $A \cap B$ et vérifier que $p(A \cap B) = \frac{3}{20}$.

c) Déterminer alors $p(A \cup B)$.

2°) Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le nombre de boules vertes tirées.

a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

x_j			2
p_i			$\frac{1}{5}$

b) Montrer que la moyenne des boules vertes tirées est égale à 1.

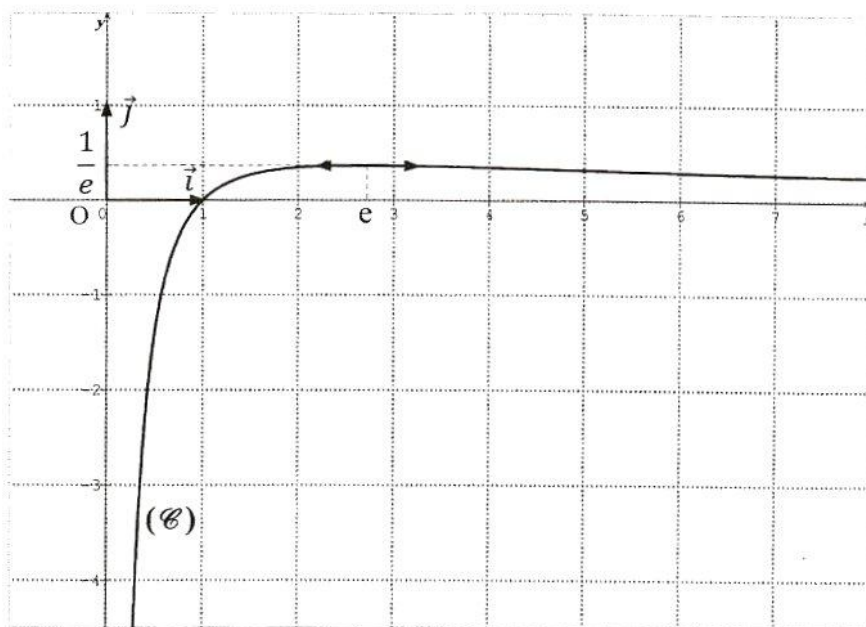
Exercice 2 : (6 points)

Dans le graphique suivant (voir page 2) :

- $(\mathcal{C})$ désigne la courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'une fonction g définie et dérivable sur $]0, +\infty[$.

- $(\mathcal{C})$ admet au point $A(e, \frac{1}{e})$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

- les droites d'équations respectives $x = 0$ et $y = 0$ sont des asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$.



1) Donner par lecture graphique :

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- $g(e)$ et $g'(e)$.
- le tableau de variation de g .

2) On admet que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $g(x) = \frac{\ln x}{x}$. Calculer l'aire du domaine du plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Problème : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ et $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2°) a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) < 0$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Montrer que f est une bijection de $]0, +\infty[$ sur $]1, +\infty[$.

« On notera f^{-1} la fonction réciproque de f et ζ sa courbe représentative selon le même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ».

3°) Soit u la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $u(x) = e^{\frac{1}{x}} - x$.

a) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de chacun des réels $u\left(\frac{3}{2}\right)$ et $u(2)$.

b) En déduire que l'équation $e^{\frac{1}{x}} = x$ admet dans $\left]\frac{3}{2}, 2\right[$ au moins une solution α .

c) Justifier que α est la seule solution dans $]0, +\infty[$ de l'équation $e^{\frac{1}{x}} = x$.

4°) a) Calculer $f(1)$ et déduire $f^{-1}(e)$.

b) Tracer la droite Δ d'équation $y = x$ et les courbes $(\mathcal{C})$ et ζ . (On prendra $\alpha \approx 1,7$).