

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2013	Epreuve : MATHEMATIQUES
	Durée : 2 h
	Coefficient : 1
Section : Sport	SESSION DE CONTROLE

Le sujet comporte trois pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice1 (6 points)

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} U_0 = 10 \\ U_{n+1} = \frac{3}{5}U_n - 3 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) Calculer U_1 et U_2 . En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $U_n > -\frac{15}{2}$.

b- Montrer alors que la suite (U_n) est décroissante.

c- En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n + \frac{15}{2}$

a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{5}$.

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

c- Déterminer la limite de la suite (U_n) .

Exercice2 (5 points)

Une urne contient huit jetons indiscernables au toucher répartis comme suit :

- **Quatre** blancs numérotés 1 ; 1 ; 2 ; 2
- **Trois** noirs numérotés 1 ; 1 ; 2
- **Un** jaune numéroté -1

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir deux jetons de même couleur ».

B : « Obtenir deux jetons dont le produit des numéros est négatif ».

2) Montrer que $p(A \cup B) = \frac{4}{7}$

3) Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le produit des deux numéros inscrits sur les jetons tirés.

a- Vérifier que $p(X = -1) = \frac{1}{7}$.

b- Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

X_i	-2	-1	1	2	4
$p(X=X_i)$		$\frac{1}{7}$			

c- Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice3 (5points)

On donne ci-dessous le tableau de variation incomplet de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + e^{-2x}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
f	$+\infty$				

1) a- Justifier les résultats concernant la limite de f en $-\infty$ et le signe de sa fonction dérivée f' .

b- Recopier le tableau de variation de f et le compléter.

2) On désigne par (Γ) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

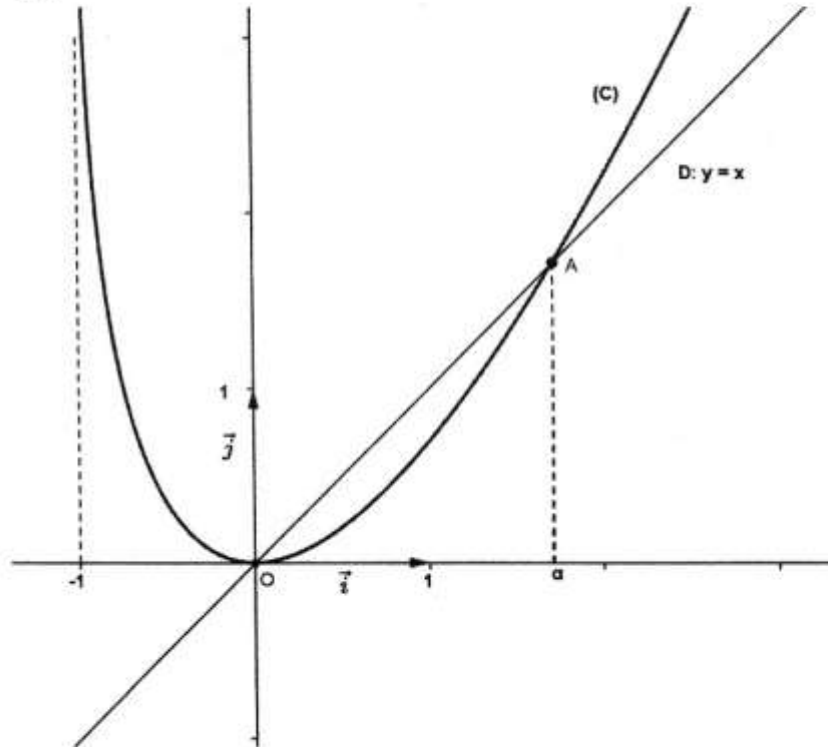
a- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b- Montrer que la droite Δ d'équation $y = 2x$ est une asymptote à la courbe (Γ) de f au voisinage de $+\infty$.

3) Construire Δ et (Γ) .

Exercice4 (4points)

Dans le graphique ci-dessous, on a tracé selon un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (C) de la fonction g définie sur $] -1, +\infty[$ par $g(x) = x \text{Log}(1+x)$ et la droite D d'équation $y = x$.



- 1) a- On désigne par α l'abscisse du point A intersection de (C) et D autre que l'origine O. Montrer que $\alpha = e - 1$.
b- Etudier graphiquement le signe de $[g(x) - x]$ pour $x \in] -1, +\infty[$.
- 2) a- Vérifier que la fonction $G: x \mapsto \frac{1}{2}(x^2 - 1)\text{Log}(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$ est une primitive de g sur $] -1, +\infty[$.
b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), la droite D, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = e - 1$.