

REPUBLIQUE TUNISIENNE  MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 2h	Coefficient : 1
SECTION : Sport		SESSION DE CONTRÔLE	

EXERCICE 1 (6 points)

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = -2U_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2 . En déduire que la suite (U_n) n'est pas monotone.
b) Vérifier que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = -3U_n + 1$.
a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison -2 .
b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
c) La suite (U_n) est-elle convergente ? expliquer.

EXERCICE 2 (6 points)

Une urne contient six boules indiscernables au toucher : trois jaunes, deux noires et une blanche. Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules de l'urne.

- 1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir deux boules noires ».

B : « Obtenir deux boules de couleurs différentes ».

- 2) On inscrit sur chaque boule jaune le nombre 1, sur chaque boule noire le nombre 0 et sur la boule blanche le nombre -1 .

Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe la somme des deux nombres inscrits sur les boules tirées.

- a) Vérifier que $p(X = 0) = \frac{4}{15}$.
- b) Déterminer la loi de probabilité de X .
- c) Calculer l'espérance mathématique de X .

PROBLEME (8 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $] -\infty, 0[$ et $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A) On donne ci-dessous le tableau de variation de f :

x	$-\infty$	0
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

1) Donner sans justification :

- Le signe de $f'(x)$ sur $] -\infty, 0[$.
- $f <] -\infty, 0[>$.
- Une équation d'une asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$.

2) Justifier que :

- f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$.
- L'équation $f(x) = 1$ admet dans $] -\infty, 0[$ une solution unique α .

B) Dans la suite du problème, on admet que $f(x) = \text{Log}(-x)$ pour tout $x \in] -\infty, 0[$

1) a) Vérifier que $f^{-1}(0) = -1$ et que $f^{-1}(1) = -e$.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c) Tracer $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ selon le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
($(\mathcal{C}')$ étant la représentation graphique de f^{-1})

2) a) Montrer que la fonction $F : x \mapsto x \text{Log}(-x) - x$ est une primitive de f sur $] -\infty, 0[$.

b) Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = -1$.
Montrer que $\mathcal{A} = 1$ (unité d'aire).