

MATHÉMATIQUES
Section : Sport
Session principale 2021

Exercice 1 :

1) a) $p(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

Le joueur atteint la finale c'est-à-dire, ce joueur gagne le match du demi final
 Par suite, $P(B) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$

b) La probabilité pour que le joueur perd le match du demi final est 0,4.
 Par suite, $p(C) = 0,8 \times 0,4 = 0,32$

2) a) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$.

b) $(X = 2)$ « Le joueur gagne deux matchs » cela veut dire qu'il gagne 2 matchs et perd le troisième match.

$p(X = 2) = 0,8 \times 0,6 \times 0,6 = 0,288$

c) $p(X = 0) = 0,2$; $p(X = 1) = 0,8 \times 0,4 = 0,32$

$P(X = 2) = 0,288$; $P(X = 3) = 0,8 \times 0,6 \times 0,4 = 0,192$

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,2	0,32	0,288	0,192

d) $E(X) = 0 \times 0,2 + 1 \times 0,32 + 2 \times 0,288 + 3 \times 0,192 = 1,742$

$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

$= (0 \times 0,2 + 1 \times 0,32 + 4 \times 0,288 + 9 \times 0,192) - (1,742)^2 = 1,033$

Exercice 2 :

1) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-3}{x-2} = \frac{7}{0^-} = -\infty$

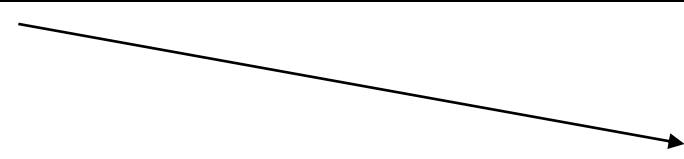
b) On a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, donc la droite $y = 2$ est une asymptote à la courbe ζ au voisinage de $(-\infty)$

On a $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$, donc la droite $x = 2$ est une asymptote à la courbe ζ

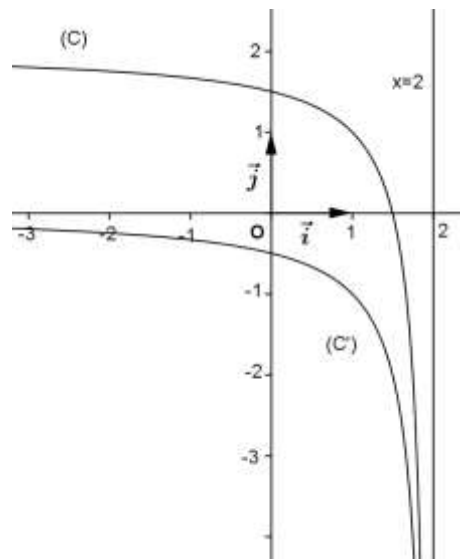
2) a) Pour tout $x \in]-\infty, 2[$, $f'(x) = \frac{2(x-2) - (2x-3)}{(x-2)^2} = \frac{-1}{(x-2)^2}$

b) On a $f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0$ donc f est strictement décroissante sur $]-\infty, 2[$

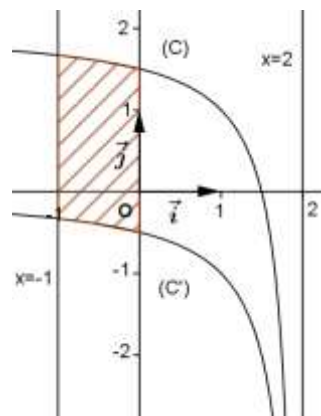
x	$-\infty$	2
$f'(x)$		-
f	2	$-\infty$



- 3) a) On f est strictement décroissante sur $]-\infty, 2[$
 f est continue et $f(]-\infty, 2[) =]-\infty, 2[$
 Par suite, f réalise une bijection de $]-\infty, 2[$ sur $]-\infty, 2[$.
- b) Soit $x \in]-\infty, 2[$ et $y \in]-\infty, 2[$ tels que $f(y) = x$ sig $y = f^{-1}(x)$
 $\frac{2y-3}{y-2} = x$ sig $2y-3 = x(y-2)$ sig $y = \frac{2x-3}{x-2} = f(x)$
 Par suite, $f^{-1}(x) = f(x)$.
- 4) a) On a $g(x) + 2 = \frac{1}{x-2} + 2 = \frac{1+2(x-2)}{x-2} = \frac{2x-3}{x-2} = f(x)$
- b) On a $\zeta = t_{\vec{u}}(\zeta')$ avec $\vec{u} = 2\vec{j}$



- 5) a) D est le domaine limité par les courbes ζ , ζ' et les droites $x = -1$, $x = 0$.



b) Aire (D) = $\int_{-1}^0 (f(x) - g(x)) dx = [2x]_{-1}^0 = 2$

Exercice 3 :

1) a) On a $A(0, 1) \in (\Gamma)$ donc $f(0) = 1$

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe (Γ) au point d'abscisse 1 est égal à -1.

Par suite, $f'(1) = -1$

b) La courbe (Γ) coupe l'axe des abscisses en trois points donc l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$, 3 solutions.

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ car la courbe (Γ) admet deux branches infinies paraboliques de direction l'axe des ordonnées.

d)

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
f	$-\infty$	1	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$

2) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + b$

a) $f'(x) = x^2 + 2ax$

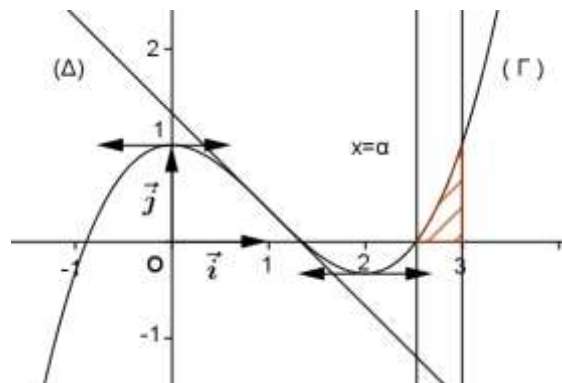
b) $f(0) = 1 \text{ sig } b = 1$

$f'(1) = -1 \text{ sig } 1 + 2a = -1 \text{ sig } a = -1$

3) $f(\alpha) = 0 \text{ sig } \alpha^3 = 3(\alpha^2 - 1)$

On a : $\alpha^4 = \alpha \alpha^3 = \alpha(3(\alpha^2 - 1)) = 3(\alpha^3 - \alpha) = 3(3\alpha^2 - \alpha - 3)$

4) a)



b) $\text{Aire}(E) = \int_{\alpha}^3 f(x) dx = \left[\frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x \right]_{\alpha}^3 = -\frac{1}{12}\alpha^4 + \frac{\alpha^3}{3} - \alpha + \frac{9}{12} = \frac{1}{4}(\alpha^2 - 3\alpha + 2)$