

Correction de l'épreuve de mathématiques (bac Sport)

Session principale 2018

Exercice n°1 : (7 points)

1) a/ $U_1 = 1000 - 404 = 596$

b/ $U_2 = U_1 - 10 + 50\% \times (1000 - U_1) = 596 - 10 + 202 = 788$

$U_3 = U_2 - 10 + 50\% \times (1000 - U_2) = 788 - 10 + 106 = 884$

c/ $U_2 - U_1 = 788 - 596 = 192$ et $U_3 - U_2 = 884 - 788 = 96$

$U_2 - U_1 \neq U_3 - U_2$ donc (U_n) n'est pas une suite arithmétique.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{788}{596} = 1,322... \text{ et } \frac{U_3}{U_2} = \frac{884}{788} = 1,121...$$

$$\frac{U_2}{U_1} \neq \frac{U_3}{U_2} \text{ donc } (U_n) \text{ n'est pas une suite géométrique.}$$

2) $U_{n+1} = (U_n - 10) + \frac{1}{2}(1000 - U_n) = (1 - \frac{1}{2})U_n + 500 - 10 = \frac{1}{2}U_n + 490.$

3) a/ $V_1 = U_1 - 980 = 596 - 980 = -384$

b/ $V_{n+1} = U_{n+1} - 980 = \frac{1}{2}U_n + 490 - 980 = \frac{1}{2}U_n - 490 = \frac{1}{2}(U_n - 980) = \frac{1}{2}V_n$

donc (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$

c/ $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} V_1 (-384)$ donc $U_n = V_n + 980 = (-384)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 980$

4) $1000 - U_8 = 1000 - ((-384)\left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} + 980) = 1000 - 977 = 23$: c'est le nombre des personnes qui n'ont pas vu le 8^{ième} match.

Exercice n°2 : (6 points)

1) a/ $p(A) = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{6}$

b/ $B = \bar{A}$ donc $p(B) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

2) a/ Le nageur choisit deux courses, la valeur maximale de X est donc 2 (pour deux courses de sprint), sinon, $X=1$ pour une course de sprint et une course de demi-fond et $X=0$ pour deux courses de demi-fond.

b/ $p(X=0) = p(A) = \frac{1}{6}$, $p(X=1) = \frac{2 \times 2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $p(X=2) = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{6}$

c/ $E(X) = 0 \times p(X=0) + 1 \times p(X=1) + 2 \times p(X=2) = \frac{2}{3} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$

$V(X) = 0^2 \times p(X=0) + 1^2 \times p(X=1) + 2^2 \times p(X=2) = \frac{2}{3} + \frac{4}{6} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

Exercice n°3 : (7 points)

1) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \ln\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = -\infty$

b) $f'(x) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}x + 1} = \frac{1}{2\left(\frac{1}{2}x + 1\right)} = \frac{1}{x + 2}$

c) $f'(0) = \frac{1}{0+2} = \frac{1}{2}$ et $\Delta: y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{1}{2}(x-0) + \ln(1) = \frac{1}{2}x$

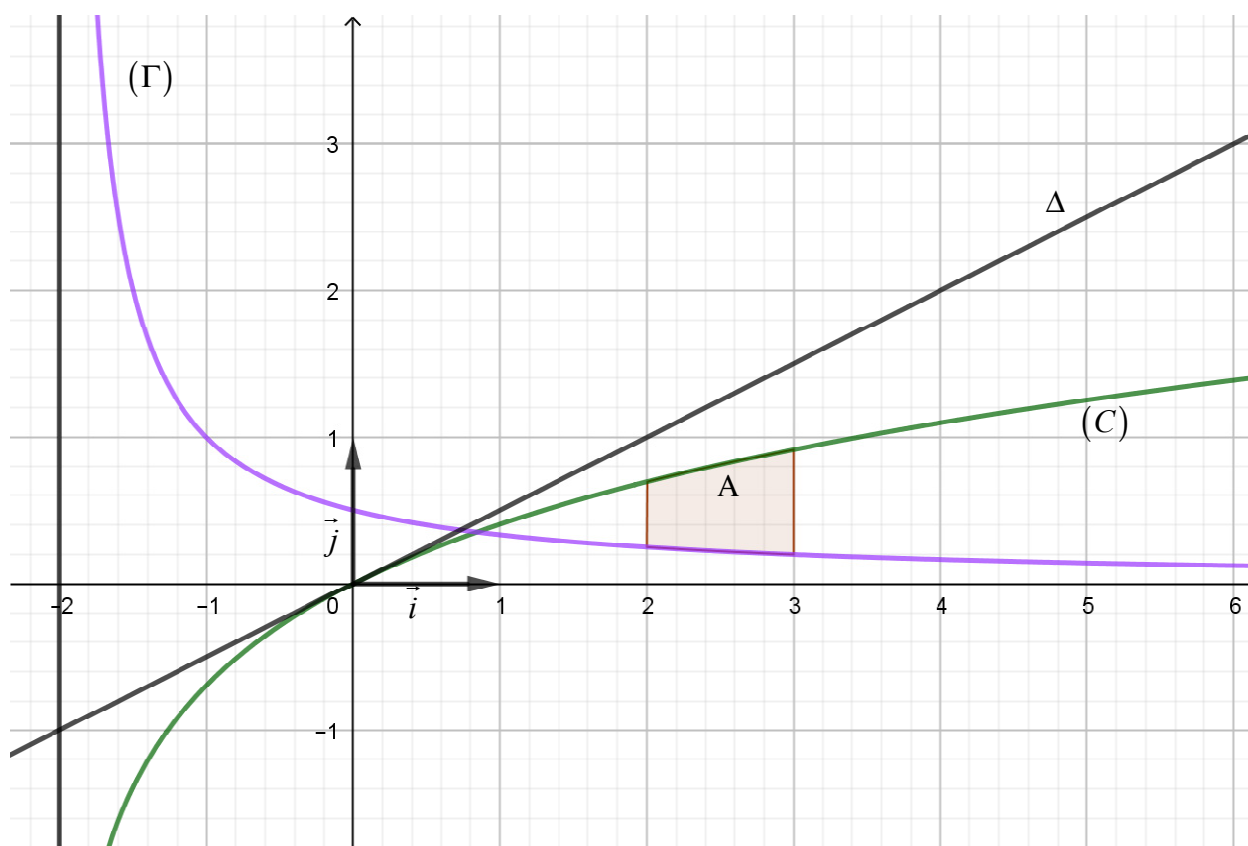
d)

x	-2	$+\infty$
f'(x)	+	
f(x)	$-\infty \nearrow \rightarrow +\infty$	

2)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	$-\ln 2$	0	$\ln(\frac{3}{2})$	$\ln 2$	$\ln(\frac{5}{2})$

3) a)



b) $F'(x) = \ln(\frac{1}{2}x+1) + \frac{1}{x+2} \times (x+2) - 1 = \ln(\frac{1}{2}x+1) = f(x)$ pour tout réel x de $]-2, +\infty[$

donc F est une primitive de f

$$\int_2^3 (f(x) - f'(x)) dx = \left[(x+2) \ln(\frac{1}{2}x+1) - x - \ln(\frac{1}{2}x+1) \right]_2^3$$

$$= 5 \ln(\frac{5}{2}) - 3 - \ln(\frac{5}{2}) - (4 \ln 2 - 2 - \ln 2) = 4 \ln(\frac{5}{2}) - 3 \ln 2 - 1 = 4 \ln 5 - 7 \ln 2 - 1$$