

Correction de l'épreuve de mathématiques (bac Sport)
Session de contrôle 2018

Exercice n°1 : (7 points)

1) $a/a_1 = 300$, c'est le premier abonnement annuel.

$$a_2 = 90\% \times 300 + 20 = 270 + 20 = 290$$

$$a_3 = 90\% \times 290 + 20 = 270 + 20 = 281$$

$$b/ \quad a_2 - a_1 = 290 - 300 = -10 \quad \text{et} \quad a_3 - a_2 = 281 - 290 = -9$$

$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$ donc (a_n) n'est pas une suite arithmétique.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{290}{300} = \frac{29}{30} \quad \text{et} \quad \frac{a_3}{a_2} = \frac{281}{290}$$

$$\frac{a_2}{a_1} \neq \frac{a_3}{a_2} \quad \text{donc} \quad (a_n) \text{ n'est pas une suite géométrique.}$$

$$2) \quad a_{n+1} = 90\% \times a_n + 20 = 0,9 \times a_n + 20.$$

$$3) \quad a/U_{n+1} = a_{n+1} - 200 = 0,9 \times a_n + 20 - 200 = 0,9 \times (U_n + 200) + 20 - 200 = 0,9U_n$$

donc (U_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et de premier terme

$$U_1 = a_1 - 200 = 300 - 200 = 100$$

$$b/ \quad U_n = 0,9^{n-1}U_1 = 100 \times 0,9^{n-1}$$

$$c/ \quad a_n = U_n + 200 = 100 \times 0,9^{n-1} + 200$$

$$4) \quad a_n \leq 250 \Leftrightarrow 100 \times 0,9^{n-1} + 200 \leq 250 \Leftrightarrow 100 \times 0,9^{n-1} \leq 50 \Leftrightarrow 0,9^{n-1} \leq 0,5 \Leftrightarrow (n-1) \ln 0,9 \leq \ln 0,5$$

$$\Leftrightarrow n-1 \geq \frac{\ln 0,5}{\ln 0,9} \Leftrightarrow n \geq 1 + \frac{\ln 0,5}{\ln 0,9} \Leftrightarrow n \geq 7,57...$$

$N=2011+8=2019$ c'est l'année à partir de laquelle le montant sera inférieur à 250 dinars.

Exercice n°2 : (6 points)

$$1) \quad p(A) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$B = \bar{A} \quad \text{donc} \quad p(B) = 1 - p(A) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$p(C) = \frac{1 \times 2 + C_3^2}{C_5^2} = \frac{5}{10} = 0,2$$

2) a/ Il suffit de faire le raisonnement sur le nombre N, des boules blanche tirées, la valeur maximale de N est 2 (pour deux boules blanches tirées), dans ce cas $X=3$, sinon, $X=2$ pour une seule boule blanche tirée, car une deuxième couleur est tirée, et $X=1$ si on tire aucune boule blanche, puisque, seule la couleur blanche reste.

$$b/p(X = 2) = \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{6}{10}$$

$$c/ \quad p(X = 1) = \frac{C_1^1 \times C_4^1}{C_5^2} = \frac{1}{10} \quad \text{et} \quad p(X = 3) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10} \quad \text{et on a} \quad p(X = 2) = \frac{6}{10}$$

$$d/ E(X) = 1xp(X=1) + 2xp(X=2) + 3xp(X=3) = \frac{1}{10} + \frac{12}{10} + \frac{9}{10} = 2,2$$

$$V(X) = 1^2xp(X=1) + 2^2xp(X=2) + 3^2xp(X=3) = \frac{1}{10} + \frac{24}{10} + \frac{27}{10} = 5,2$$

Exercice n°3 : (7 points)

1) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x+1} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x+1} = +\infty$

b) $f'(x) = -2e^{-2x+1}$

c)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$+\infty$	0

2) a) $D(1, e)$ et $B(0, e)$

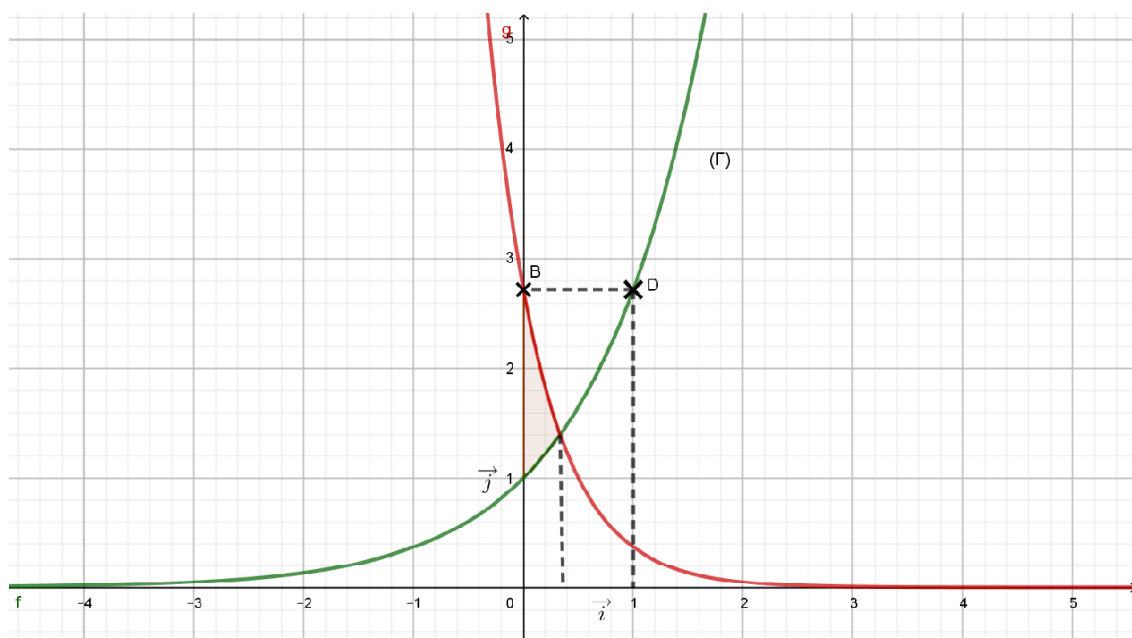
b) $f(0) = e^{-2 \times 0 + 1} = e^1 = e$ donc B est un point de (C)

c) $e^{-2x+1} = e^x \Leftrightarrow -2x+1 = x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ donc $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

d) $M(x, y) \in (C) \cap (\Gamma) \Leftrightarrow \begin{cases} y = e^{-2x+1} \\ y = e^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{-2x+1} = e^x \\ y = e^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = e^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = e^{\frac{1}{3}} \end{cases}$ donc $M\left(\frac{1}{3}, e^{\frac{1}{3}}\right)$

est le point d'intersection de (C) et (Γ).

3) a)



b) soit A l'aire en question :

$$A = \int_0^{\frac{1}{3}} (e^{-2x+1} - e^x) dx = \left[-\frac{1}{2} e^{-2x+1} - e^x \right]_0^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{2} e^{-\frac{2}{3}+1} - e^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{2} e^{-2 \times 0 + 1} + e^0 \right) = \frac{1}{2} \left(2 + e - 3e^{\frac{1}{3}} \right)$$