

|                                                          |                      |                           |                        |
|----------------------------------------------------------|----------------------|---------------------------|------------------------|
| REPUBLIQUE TUNISIENNE<br>◆◆◆<br>MINISTERE DE L'EDUCATION | SESSION DE JUIN 2012 |                           |                        |
| <b>SECTION : Sciences Expérimentales</b>                 |                      | <b>Durée : 3 h</b>        | <b>COEFFICIENT : 3</b> |
|                                                          |                      | <b>SESSION PRINCIPALE</b> |                        |

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

### EXERCICE 1 (3 points)

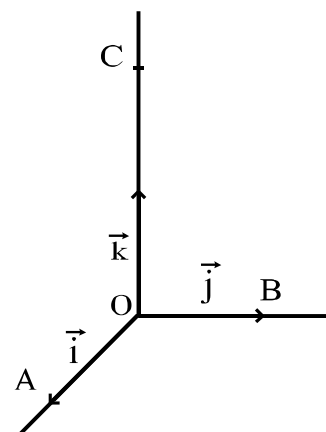
Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,1,0)$  et  $C(0,0,2)$ .



1) Le vecteur  $\overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{OC}$  est égal à  
 a/  $\overrightarrow{OA}$       b/  $2\overrightarrow{OA}$       c/  $-2\overrightarrow{OA}$ .

2) Le réel  $\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AO}) \cdot \overrightarrow{AC}$  est égal à  
 a/ 0      b/  $\frac{1}{3}$       c/ 2.

3) La droite  $(BC)$  est l'intersection des plans d'équations

a/  $x = 1$  et  $2y + z - 2 = 0$ .

b/  $x = 0$  et  $y + 2z - 1 = 0$ .

c/  $x = 0$  et  $2y + z - 2 = 0$ .

4) Une équation de la sphère de centre  $O$  et tangente au plan  $(ABC)$  est

a/  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

b/  $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{9}$ .

c/  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = \frac{4}{9}$ .

### EXERCICE 2 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On désigne par  $(C)$  le cercle de centre  $O$  et de rayon 1 et par  $I$  et  $A$  les points d'affixes respectives 1 et  $a = \sqrt{3} + i$ .

1) a/ Donner la forme exponentielle de  $a$ .

b/ Construire le point  $A$ .

2) Soit  $B$  le point d'affixe  $b = \frac{a-1}{1-\bar{a}}$ .

a/ Vérifier que  $b\bar{b} = 1$ . En déduire que le point  $B$  appartient au cercle  $(C)$ .

b/ Montrer que  $\frac{b-1}{a-1}$  est un réel. En déduire que les points  $A$ ,  $B$  et  $I$  sont alignés.

c/ Construire le point  $B$  dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

3) Soit  $\theta$  un argument du nombre complexe  $b$ .

Montrer que  $\cos \theta = \frac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$  et  $\sin \theta = \frac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$ .

### EXERCICE 3 (4 points)

Le centre National de la Transfusion sanguine a diffusé le tableau ci-contre donnant la répartition des groupes sanguins en Tunisie.

| Groupe      | A   | B   | AB | O   |
|-------------|-----|-----|----|-----|
| Pourcentage | 31% | 18% | 5% | 46% |

- I)** 1) Quelle est la probabilité qu'un tunisien ait un sang du groupe O ?  
 2) Quatre donneurs se présentent dans un centre de transfusion sanguine.  
 a/ Quelle est la probabilité qu'un seul parmi les quatre ait un sang du groupe O ?  
 b/ Quelle est la probabilité de trouver les quatre groupes sanguins chez ces donneurs?
- II)** Indépendamment du groupe sanguin, le sang peut posséder le facteur Rhésus. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (Rh+), sinon il est dit de Rhésus négatif (Rh-).

Un individu ayant un sang de groupe O et de Rhésus négatif est appelé un donneur universel.

En Tunisie, 9% des individus du groupe O sont de Rhésus négatif.

- 1) Montrer que la probabilité qu'un tunisien soit un donneur universel est 0.0414.  
 2) Dans un centre de transfusion sanguine,  $n$  donneurs se présentent.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi les  $n$  donneurs.

- a/ Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .  
 b/ Déterminer l'espérance de  $X$  en fonction de  $n$ .  
 c/ Déterminer le nombre moyen des donneurs universels parmi 5000 donneurs.

### EXERCICE 4 (3 points)

A l'instant  $t=0$  ( $t$  exprimé en heures) un médecin injecte à un patient une dose de 1.4mg d'une substance médicamenteuse qui n'est pas présente dans le sang. Cette substance se répartit instantanément dans le sang, ensuite elle est progressivement éliminée.

On note  $Q(t)$  la quantité de substance (en mg) présente dans le sang à l'instant  $t$ , ( $t \geq 0$ ).

On admet que la fonction  $Q: t \mapsto Q(t)$  vérifie l'équation différentielle (E) :  $y' + (0.115)y = 0$ .

- 1) Résoudre l'équation (E).  
 2) a/ Justifier que  $Q(t) = 1.4e^{-0.115t}$ ,  $t \geq 0$ .  
 b/ Donner le sens de variation de la fonction  $Q$ .  
 c/ Résoudre dans  $[0, +\infty[$  l'équation  $Q(t) = 0.7$  ; la solution sera arrondie à l'unité.

- 3) Pour une efficacité optimale de ce médicament, sa quantité présente dans le sang doit être comprise entre 0.7mg et 1.4mg.

Expliquer pourquoi le médecin prescrit à ce patient une injection de 0.7mg chaque six heures.

### EXERCICE 5 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  est un repère orthonormé du plan.

$C_f$  est la représentation graphique de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}_+$  par

$$f(x) = -\frac{x^2 + x \ln x + x}{(x+1)^2} \text{ pour } x > 0 \text{ et } f(0) = 0.$$

Le réel  $\alpha$  est l'abscisse du point d'intersection de la courbe  $C_f$  avec l'axe des abscisses autre que le point  $O$ .

- 1) a/ Par lecture graphique, donner le signe de  $f(x)$ .

b/ Montrer que  $\ln \alpha = -(\alpha + 1)$ .

- 2) On considère la fonction  $g$  définie sur  $[\alpha, +\infty[$  par  $g(x) = \frac{x \ln x}{x+1} + 1$

et on désigne par  $C_g$  la courbe représentative de  $g$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$  et que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$ .

- 3) a/ Montrer que pour tout réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $[\alpha, +\infty[$ ,  $g'(x) = -\frac{f(x)}{x}$ .

b/ Dresser le tableau de variation de  $g$ .

- 4) a/ Montrer que  $g(\alpha) = 1 - \alpha$ .

b/ Construire alors, sur l'annexe, le point de la courbe  $C_g$  d'abscisse  $\alpha$ .

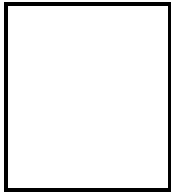
c/ Tracer la courbe  $C_g$ .

- 5) On désigne par  $A$  l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par les courbes  $C_g$ ,  $C_f$  et les droites d'équations  $x = \alpha$  et  $x = 1$ .

a) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que

$$\int_{\alpha}^1 f(x) dx = -[xg(x)]_{\alpha}^1 + \int_{\alpha}^1 g(x) dx.$$

b/ En déduire que  $A = \alpha^2 - \alpha + 1$ .



Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et prénom : .....

Date et lieu de naissance : .....

Signatures des  
surveillants

.....  
.....



**Epreuve : Mathématiques - Section : Sciences Expérimentales**

**Annexe à rendre avec la copie**

