

|                                                                        |                           |                                                |
|------------------------------------------------------------------------|---------------------------|------------------------------------------------|
| REPUBLIQUE TUNISIENNE<br>MINISTRE DE L'EDUCATION<br>ET DE LA FORMATION | SESSION<br>DE<br>CONTROLE | EXAMEN DU BACCALAURÉAT<br>SESSION DE JUIN 2009 |
| SECTION :                                                              | SCIENCES EXPERIMENTALES   |                                                |
| EPREUVE : MATHEMATIQUES                                                | DURÉE : 3 heures          | COEFFICIENT : 3                                |

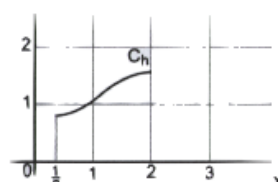
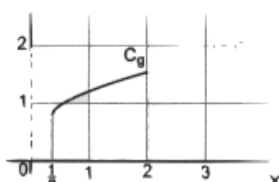
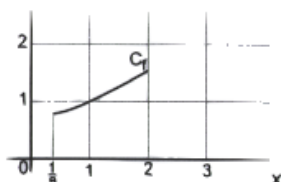
### EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.  
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.  
Aucune justification n'est demandée.

- 1) L'équation  $z^2 = -16$  admet dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  exactement
  - a) une solution
  - b) deux solutions
  - c) quatre solutions
- 2) Un argument du nombre complexe  $(1+i)^{2009}$  est
  - a)  $\frac{\pi}{2}$
  - b)  $\frac{\pi}{4}$
  - c)  $\frac{3\pi}{4}$
- 3) Si  $f$  est la solution de l'équation différentielle  $y' = 2y - 2$  telle que  $f(0) = \frac{3}{2}$  alors
  - a)  $f(x) = e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2}$
  - b)  $f(x) = \frac{1}{2} e^{2x} + 1$
  - c)  $f(x) = \frac{1}{2} e^{2x} + \frac{3}{2}$
- 4) La fonction  $x \mapsto \sin(2x + \frac{\pi}{3})$  est une solution de l'équation différentielle
  - a)  $y'' + 4y = 0$
  - b)  $y'' - 4y = 0$
  - c)  $4y'' + y = 0$

### Exercice 2 (3 points)

Les courbes  $C_f$ ,  $C_g$  et  $C_h$  ci-dessous sont les représentations graphiques, dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , de trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$ .



Les solides  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  ci-dessous sont obtenus par rotation autour de l'axe  $(Ox)$  des courbes  $C_f$ ,  $C_g$  et  $C_h$ .



- 1) Associer à chaque courbe le solide qu'elle engendre.
- 2) a) Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, l'intégrale  $I = \int_{\frac{1}{e}}^2 x \ln x \, dx$ .
- b)  $C_f$  étant la courbe de la fonction  $f$  définie sur  $[\frac{1}{e}, 2]$  par  $f(x) = \sqrt{1+x \ln x}$ , calculer le volume du solide associé à  $C_f$ .

### EXERCICE 3 (3 points)

La durée de vie d'une machine (exprimée en années) suit une loi exponentielle de paramètre 0,2.

- 1) Calculer la probabilité qu'une machine ait une durée de vie comprise entre 2 et 4 ans.
- 2) Calculer la probabilité pour que la durée de vie d'une machine dépasse 2 ans.
- 3) On considère un lot de 4 machines fonctionnant de manière indépendante.

Déterminer la probabilité que la durée de vie d'au moins une machine parmi les 4 dépasse 2 ans.

(On donnera une valeur approchée de cette probabilité à  $10^{-2}$  près).

### EXERCICE 4 (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On considère la droite  $\Delta$

passant par le point  $A(-3, -1, -3)$  et de vecteur directeur  $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$  et la droite  $D$  passant

par le point  $B(3, 2, 3)$  et de vecteur directeur  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ .

- 1) a) Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  et  $\det(\vec{u}, \vec{v}, \overrightarrow{AB})$ .
- b) Justifier que les droites  $\Delta$  et  $D$  sont orthogonales et non coplanaires.
- c) Déterminer une équation cartésienne du plan contenant  $\Delta$  et parallèle à  $D$ .
- 2) Soit  $S$  la sphère de centre  $C(-1, 0, -1)$  et de rayon 6 et  $\mathcal{P}$  le plan d'équation  $2x + y + 2z + 13 = 0$ .
- a) Montrer que  $S$  et  $\mathcal{P}$  se coupent suivant un cercle de centre  $A$ . Déterminer le rayon de ce cercle.
- b) Montrer que la droite  $D$  est tangente à la sphère  $S$  au point  $B$ .
- 3) a) Calculer  $AB$ . En déduire que le point  $C$  appartient au segment  $[AB]$ .
- b) Déterminer alors une droite perpendiculaire aux droites  $D$  et  $\Delta$ .

### EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par  $f(x) = -1 + \frac{x-1}{x+1}e^x$ . On désigne par  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 2) a) Montrer que pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ,  $f'(x) = \frac{x^2 + 1}{(x+1)^2} e^x$ .
- b) Donner le tableau de variation de  $f$ .
- 3) a) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $] -1, +\infty[$  une unique solution  $\alpha$  et que  $1,5 < \alpha < 1,6$ .
- b) Vérifier que  $e^\alpha = \frac{\alpha+1}{\alpha-1}$  et que  $f(-\alpha) = 0$ .
- 4) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement le résultat.
- b) Tracer la courbe  $\mathcal{C}$ .