

|                                                                       |                                                              |                                |                                          |
|-----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------|
| <b>REPUBLIQUE TUNISIENNE</b><br>♦♦♦<br><b>MINISTRE DE L'EDUCATION</b> | <b>EXAMEN DU BACCALAUREAT</b><br><b>SESSION DE JUIN 2012</b> |                                |                                          |
| <b>SECTION : Sciences de l'Informatique</b>                           |                                                              | <b>Epreuve : MATHEMATIQUES</b> | <b>Durée : 3h</b> <b>COEFFICIENT : 3</b> |
|                                                                       |                                                              |                                | <b>SESSION PRINCIPALE</b>                |

Le sujet comporte 3 pages. La page 3/3 est à rendre avec la copie

### Exercice 1 (4,5 points)

Soit  $z$  un nombre complexe quelconque.

On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , les points A, B et C d'affixes respectives  $1+3i$ ,  $z^2$  et  $iz$ .

- 1) Montrer que B est le milieu du segment [AC] si et seulement si  $z$  est solution de l'équation (E) :  $-2z^2 + iz + 1 + 3i = 0$ .
- 2) a) Calculer  $(4 + 3i)^2$ .  
b) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes.
- 3) On prend  $z = -1 - \frac{1}{2}i$ .  
a) Calculer  $iz$ .  
b) Sans calculer  $z^2$ , placer les points A, B et C.

### Exercice 2 (5 points)

On considère la suite  $u$  définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_n = u_{n-1}^2 + 2u_{n-1}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

- 1) a) Vérifier que, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  $1 + u_n = (1 + u_{n-1})^2$ .  
b) Montrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ;  $u_n > -1$ .
- 2) Soit  $v$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $v_n = \ln(1 + u_n)$ .  
a) Montrer que  $v$  est une suite géométrique de raison 2.  
b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
c) Calculer la limite de  $u_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

### Exercice 3 (4,5 points)

1) On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 9 & -4 & -1 \end{pmatrix}$ .

a) Calculer  $AxB$ .

b) En déduire que  $A$  est inversible et donner sa matrice inverse  $A^{-1}$ .

2) Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels et  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

On suppose que :

- la tangente à  $(C)$  au point d'abscisse 1 a pour équation  $y = 4x - 4$ ,
- $(C)$  admet un point d'inflexion d'abscisse  $-1$ .

a) Montrer que  $a, b$  et  $c$  vérifient le système (S): 
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 4 \\ -3a + b = 0 \end{cases}$$

b) Résoudre, dans  $\mathbb{R}^3$ , le système (S) puis en déduire l'expression de  $f(x)$ .

### Exercice 4 (6 points)

Dans la feuille annexe, est représentée une fonction  $f$  définie, dérivable sur  $\mathbb{R}$  et vérifiant :

- sa fonction dérivée  $f'$  ne s'annule qu'en  $-2$  et  $1$ ,
- sa courbe  $(C)$  admet la droite d'équation  $y = 0$  comme asymptote au voisinage de  $-\infty$  et une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de  $+\infty$ ,
- la tangente à  $(C)$  au point  $A(0, -1)$  est la droite  $T$  d'équation  $y = -2x - 1$ .

1) Tracer, dans la feuille annexe, la droite  $T$ .

2) Par lecture graphique :

a) Donner  $f(0)$  et  $f'(0)$ .

b) Préciser  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

c) Donner le tableau de variation de  $f$ . (On ne précisera pas les valeurs de  $f(-2)$  et  $f(1)$ ).

3) On désigne par  $\mathcal{A}$  l'aire du domaine hachuré.

a) Placer les points  $B(-\frac{1}{2}, 0)$  et  $C(-\frac{3}{4}, 0)$ .

b) Calculer les aires des triangles  $OAB$  et  $OAC$ .

c) En déduire que  $2 \leq 8\mathcal{A} \leq 3$ .

Annexe à rendre avec la copie

Annexe

