

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE

EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3h

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (4 points)

*Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_1 = 1 + 3i$ et $z_2 = 3 + i$.

- 1) La somme $z_1 + \bar{z}_1$ est égale à
 - a) 2
 - b) -6
 - c) $2+6i$
- 2) La distance AB est égale à
 - a) 8
 - b) $2\sqrt{2}$
 - c) $4\sqrt{2}$
- 3) Les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation : $z^2 - 6z + 10 = 0$ sont
 - a) z_1 et z_2
 - b) z_1 et $\bar{z}_1$
 - c) z_2 et $\bar{z}_2$
- 4) L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z| = \sqrt{10}$ est
 - a) la droite (AB)
 - b) la médiatrice de $[AB]$
 - c) un cercle passant par A et B

Exercice 2 (5,5 points)

- 1) Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 \\ 6 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
 - a) Calculer le déterminant de A et en déduire que A est inversible.
 - b) Calculer la matrice $\frac{1}{6}B.A$ et déduire la matrice inverse A^{-1} de A .

2) On considère la fonction numérique F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

où a , b et c sont des constantes réelles.

On suppose que $F(1) = 0$, $F(-1) = 0$ et $F(2) = 10$.

- a) Montrer que a , b et c , si elles existent, sont solutions du système (S) :
- $$\begin{cases} a + b + c = -1 \\ a - b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 2 \end{cases}$$
- b) Donner une écriture matricielle de (S).
- c) En déduire l'expression de $F(x)$.

Exercice 3 (4,5 points)

Une usine fabrique deux types d'ordinateurs :

Type 1 : Des ordinateurs équipés de quatre ports USB.

Type 2 : Des ordinateurs équipés de sept ports USB.

Le nombre total de ports USB utilisés par jour est 400.

On désigne par a et b respectivement le nombre d'ordinateurs du type 1 et le nombre d'ordinateurs du type 2 fabriqués par jour dans cette usine.

- 1) Calculer $4a + 7b$.
- 2) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $4x + 7y = 400$ (on pourra remarquer que le couple $(100, 0)$ est une solution particulière).
- 3) Déduire le nombre d'ordinateurs de chaque type fabriqués par jour, sachant que la capacité totale de production de l'usine est comprise entre 68 et 72 ordinateurs par jour.

Exercice 4 (6 points)

Dans la feuille annexe (page 4/4), la courbe $(\mathcal{C})$ représente, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $I = [1, e]$ (l'unité graphique est 3 cm).

On suppose que :

- $(\mathcal{C})$ admet une demi-tangente au point d'abscisse 1, passant par le point de coordonnées $(2, -\frac{1}{2})$.
- $(\mathcal{C})$ admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse e (e est le nombre réel tel que $\ln e = 1$)

1) Donner par lecture graphique :

a) $f(1)$ et $f(e)$.

b) $\lim_{x \rightarrow e^-} \frac{f(x)}{x - e}$.

c) $f'_d(1)$. ($f'_d(1)$ désigne le nombre dérivé de f , à droite en 1).

d) Le sens de variation de f sur I .

- 2) a) Montrer que f est une bijection de I sur un intervalle J qu'on précisera.
- b) Soit $(\mathcal{C}')$ la courbe représentative de la fonction réciproque f^{-1} de f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Tracer, sur la feuille annexe, la courbe $(\mathcal{C}')$ en précisant les demi-tangentes respectivement aux points d'abscisses 0 et 1.
- 3) On suppose que pour tout réel x de $[1, e]$, $f(x) = \frac{\sqrt{1-\ln x}}{x}$.
- Soit F la fonction définie sur $[1, e]$ par $F(x) = -\frac{2}{3} (1 - \ln x) \sqrt{1-\ln x}$.
- a) Montrer que F est une primitive de f sur $[1, e]$.
- b) Calculer en cm^2 l'aire $\mathcal{A}_1$ du domaine limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$.
- c) En déduire en cm^2 , l'aire $\mathcal{A}$ du domaine limité par les deux courbes $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ et les deux axes des coordonnées.

ANNEXE
(A RENDRE AVEC LA FEUILLE DE COPIE)

