

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	Session de contrôle
	Épreuve : Mathématiques	Section : Sciences de l'informatique
	Durée : 3h	Coefficient de l'épreuve: 3



N° d'inscription

Le sujet comporte 4 pages. **La page 4 sur 4 est à rendre avec la copie**

Exercice N°1 : (4 points)

- 1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - (\sqrt{3} + 3i)z - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$.
 - a) Vérifier que $(\sqrt{3} - i)^2 = 2 - 2i\sqrt{3}$.
 - b) Résoudre l'équation (E).
- 2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$, $z_B = \sqrt{3} + i$ et $z_C = z_A + z_B$.
 - a) Calculer $\overline{z_C}(z_B - z_A)$ et en déduire que $(OC) \perp (AB)$.
 - b) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle Γ de centre O et de rayon 2.
 - c) Dans l'annexe ci-jointe figure 1, placer le point A et construire les points B et C.
 - d) Montrer que OACB est un losange.
- 3) Soit F l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z - 2i| = |z - \sqrt{3} - i|$.
Montrer que F est la droite (OC).

Exercice N° 2 : (5 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} u_0 = 0, \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

- 1) a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} + 2 = \frac{1}{2}(u_n + 2)$.
 - b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > -2$.
 - c) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
 - d) Déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.
- 2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \ln(u_n + 2)$.
 - a) Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n.



c) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$.

d) A partir de quelle valeur de n , $u_n \leq -1,99$?

Exercice N°3 : (5 points)

1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E): $5x - 3y = 1$.

a) Vérifier que le couple $(2, 3)$ est solution de l'équation (E).

b) Résoudre l'équation (E).

2) Soit S l'ensemble des entiers relatifs n vérifiant :
$$\begin{cases} n \equiv 1[5], \\ n \equiv 2[3]. \end{cases}$$

a) Vérifier que 2021 est un élément de S .

b) Soit n un élément de S et (p, q) le couple d'entiers relatifs vérifiant
$$\begin{cases} n = 5p + 1 \\ n = 3q + 2. \end{cases}$$

Montrer que le couple (p, q) est solution de l'équation (E).

c) Dédire que si n est un élément de S alors $n \equiv 11[15]$.

3) a) Montrer que $2021^{2021} \equiv 1[5]$.

b) Justifier que $2021^2 \equiv 1[3]$ et déduire que $2021^{2021} \equiv 2[3]$.

c) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2021^{2021} par 15.

Exercice N°4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f''(x) = e^x - 1$. (f'' est la dérivée seconde de la fonction f).

b) Etudier le sens de variation de f' et en déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) \geq 1$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

d) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α et que: $-1 < \alpha < -0,8$.

3) a) Montrer que le point $K(0, 1)$ est un point d'inflexion de la courbe (C).

b) Montrer que la droite $T: y = x + 1$ est la tangente à (C) au point K.



4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - (x+1)$.

a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) \geq 0$.

b) Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de g .

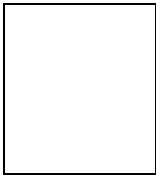
c) Déterminer la position relative de (C) et T .

d) Dans l'annexe ci-jointe figure 2, tracer T et (C) .

5) On désigne par A l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$.

Montrer que $A = \frac{1}{6}\alpha^3 - \frac{1}{2}\alpha^2 + 1$.





Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants

.....
.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences de l'informatique
Session de contrôle (2021)
Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

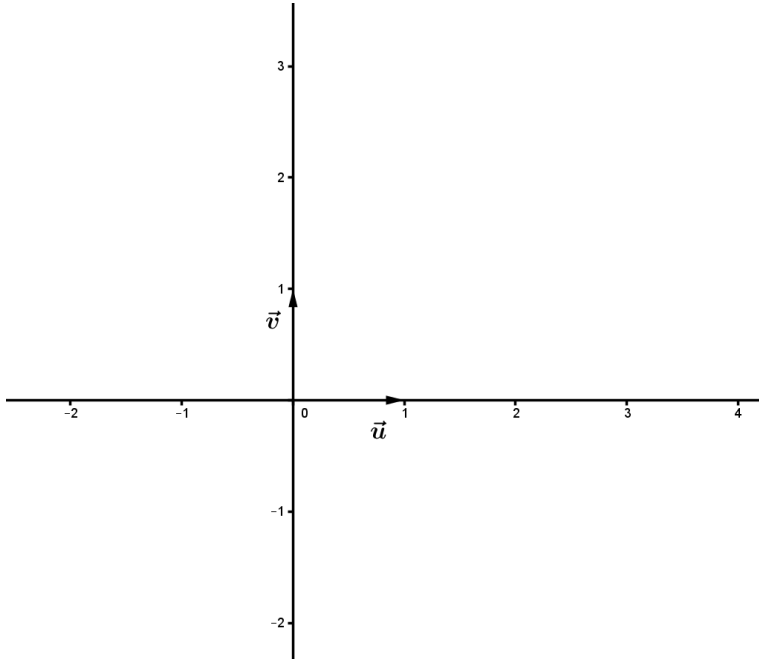


Figure 2

