

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2020	Session de contrôle	
	Épreuve : Mathématiques	Section : Sciences de l'informatique
	Durée : 3h	Coefficient de l'épreuve: 3

❏❏❏❏❏❏

Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5 (les pages 4/5 et 5/5 sont à rendre avec la copie)

Exercice 1 : (5 points)

- On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E): $z^2 - (1+i)z - 4i = 0$.
 - Vérifier que $(3 + 3i)^2 = 18i$.
 - Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).
- On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E'): $z^3 - (1+5i)z^2 - 4z - 16 = 0$.
 - Vérifier que pour tout $z \in \mathbb{C}$, $z^3 - (1+5i)z^2 - 4z - 16 = (z - 4i)[z^2 - (1+i)z - 4i]$.
 - Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E').
- Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2 + 2i$, $z_B = 4i$ et $z_C = -1 - i$.
 - Placer les points A, B et C.
 - Calculer $(z_B - z_A)(\overline{z_C - z_A})$.
 - En déduire que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
 - Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABDC soit un rectangle.

Exercice 2 : (4 points)

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaire mondial de Microsoft de l'année 2012 à l'année 2019 en milliards de dollars :

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaire (en milliards de dollars) (y_i)	73,7	77,9	86,8	93,6	85,3	90	110,4	125

(Source : Microsoft corporation)

- Représenter, dans la **figure 1** de l'annexe ci-jointe, le nuage de points de la série statistique double (x, y) , où $x = (x_i)_{1 \leq i \leq 8}$ et $y = (y_i)_{1 \leq i \leq 8}$.

b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série (x,y) .

c) Peut-on envisager un ajustement affine de la série (x,y) ? Justifier votre réponse.

Dans la suite de l'exercice, les valeurs seront arrondies à 10^{-1} près.

2) a) Donner une équation de la droite de régression de y en x .

b) A partir de la droite de régression de y en x , donner une estimation du chiffre d'affaire mondial de Microsoft pour l'année 2020.

Exercice 3 : (5 points)

1) On considère dans $\mathbb{Z}$, l'équation $(E_1): 3x \equiv 5[8]$.

a) Vérifier que 15 est une solution de l'équation (E_1) .

b) Montrer que si x est une solution de l'équation (E_1) alors $9x \equiv 7[8]$.

c) En déduire que si x est une solution de l'équation (E_1) alors $x \equiv 7[8]$.

2) a) Montrer que si $x \equiv 7[8]$ alors x est une solution de l'équation (E_1) .

b) Déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E_1) .

3) On considère dans $\mathbb{Z}$, l'équation $(E_2): 3x \equiv 6[8]$.

a) Montrer que x est une solution de l'équation (E_2) si et seulement si $3(x-3) \equiv 5[8]$.

b) Déduire alors l'ensemble des solutions de l'équation (E_2) .

Exercice 4 : (6 points)

I) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 2x - 2 - 2\ln x$.

1) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $g'(x) = \frac{2x-2}{x}$.

2) Etudier le sens de variation de g et déduire que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $g(x) \geq 0$.

II) Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par
$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x \ln x, & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0. \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

- 2) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = g(x)$ puis dresser le tableau de variation de f .
- b) Montrer que $A(1,1)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C) .
- c) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (C) au point A .

3) Dans la **figure 2** de l'annexe ci-jointe, on a tracé la droite $\Delta : y = x$ et la courbe (Γ)

de la fonction h définie sur $[0, +\infty[$ par $h(x) = f(x) - x$.

La courbe (Γ) coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 0 , 1 et α .

On a aussi placé les points $A(1,1)$ et $B(\alpha, \alpha)$.

- a) Justifier que B est un point de la courbe (C) .
- b) Déterminer graphiquement le signe de $h(x)$ sur $[0, +\infty[$ et en déduire la position relative de (C) et Δ .
- c) Tracer la droite T et la courbe (C) .

4) a) Montrer que la fonction H définie sur $]0, +\infty[$ par $H(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 \ln x$ est une primitive de h sur $]0, +\infty[$.

b) Soit A_α l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe (C) , la droite Δ et les droites d'équations $x=1$ et $x=\alpha$.
Déterminer A_α .

Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

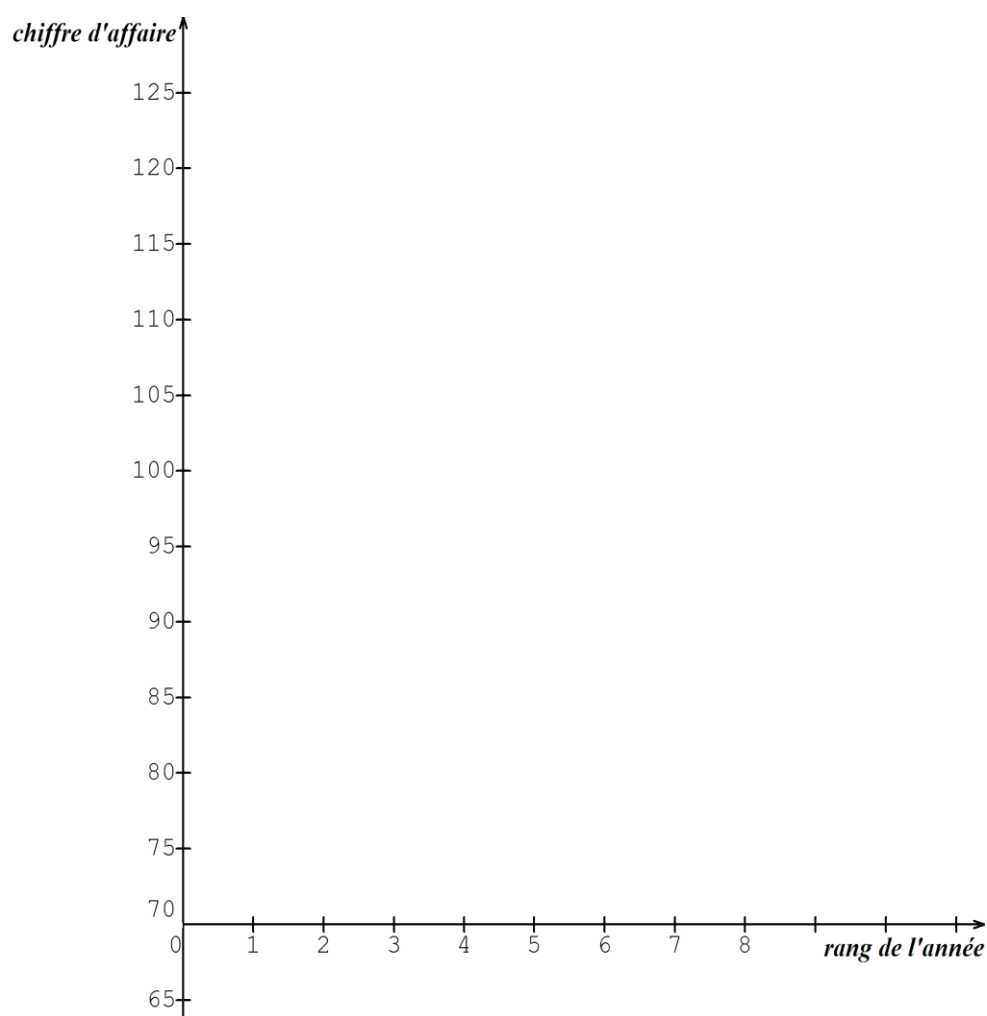
Signatures des surveillants

.....
.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences de l'informatique
Session de contrôle (2020)
Annexes à rendre avec la copie

figure 1



Ne rien écrire ici

figure 2

