

REPUBLIQUE TUNISIENNE  MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 3h	COEFFICIENT : 3
SECTION : Sciences de l'Informatique		SESSION DE CONTRÔLE	

Exercice 1 (4.5 points)

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2 = 0$.

- 1) a) En remarquant que $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2 = (z^4 - 2z^3 + 2z^2) + (z^2 - 2z + 2)$, montrer que l'équation (E) est équivalente à $(z^2 + 1)(z^2 - 2z + 2) = 0$.
b) Résoudre l'équation (E).
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A, B, C et D les points d'affixes respectives $i, -i, 1 - i$ et $1 + i$.
a) Placer les points A, B, C et D.
b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Exercice 2 (5 points)

Une urne contient huit jetons indiscernables au toucher répartis comme suit :

- trois jetons portant le nombre -1 ,
- deux jetons portant le nombre 0 ,
- trois jetons portant le nombre 1 .

L'épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément deux jetons de l'urne.

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « La somme des nombres inscrits sur les jetons tirés est égale à 0 »
B : « Les jetons tirés portent deux nombres distincts »
C : « Les jetons tirés portent deux nombres distincts sachant que leur somme est égale à 0 »
- 2) On considère la variable aléatoire X définie par la somme des nombres inscrits sur les jetons tirés.
a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) En déduire $p(X > 0)$.

Exercice 3 (4,5 points)

- 1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation (E) : $2x - 7y = 3$
a) Montrer que si (x, y) est solution de (E) alors y est impair.
b) En déduire que toute solution de (E) est de la forme $(7k+5, 2k+1)$ où $k \in \mathbb{Z}$.
c) Donner, alors, l'ensemble des solutions de (E).
- 2) Dans un site web de vente en ligne, les références des articles sont toutes des nombres à quatre chiffres. Le chiffre des unités est le reste de la division euclidienne par 7 du nombre composé des trois autres chiffres (Par exemple $863 = 7 \times 123 + 2$ donc le nombre 8632 peut être la référence d'un article).

Soit p un chiffre tel que le nombre $p795$ est une référence d'un article.

- a) Montrer que le nombre $p79$ est congru à $2p+2$ modulo 7.
- b) En déduire qu'il existe un entier relatif y tel que $2p - 7y = 3$.
- c) Déterminer alors p .

Exercice 4 (6 points)

- 1) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-1)e^x + 1$.
 - a) Etudier le sens de variation de g .
 - b) Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.
- 2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)e^x + x + 3$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (l'unité graphique est 1cm).
 - a) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = g(x)$ puis en déduire le sens de variation de f .
 - b) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.
 - c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une seule solution α et que $-2,7 < \alpha < -2,6$.
- 3)
 - a) Montrer que la droite D d'équation $y = x + 3$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.
 - b) Etudier la position relative de (C) et D .
 - c) Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.
- 4)
 - a) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion I dont on donnera les coordonnées.
 - b) Tracer D , (C) et la courbe représentative de la fonction réciproque de f notée (C') .