

EXAMEN DU BACCALAUREAT
SESSION DE JUIN 2011

SESSION
DE CONTRÔLE

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 3h

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- 1) On désigne par A, B, C et D les points d'affixes respectives -1 , i , $1 - 2i$ et $(1 - 2i)^2$.
 - a) Placer les points A, B, C et D.
 - b) Montrer que le triangle ABC est rectangle et que le triangle ACD est isocèle.
- 2) Pour tout nombre complexe z , on désigne par M et N les points d'affixes respectives z et z^2 .
 - a) Montrer que si ABMN est un parallélogramme alors $z^2 - z + 1 + i = 0$
 - b) Montrer que pour une seule valeur de z que l'on déterminera, ABMN est un parallélogramme.

Exercice 2 (5 points)

1) On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calculer le déterminant de A. En déduire que A est inversible.

2) Soit la matrice $M_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha \\ 1 & 1+\alpha & \alpha \\ 1 & \alpha & 1+\alpha \end{pmatrix}$ où $\alpha \in \mathbb{R}$.

- a) Montrer que pour tout réel α , M_α est inversible.
 - b) Déterminer le réel α pour que la matrice M_α soit l'inverse de la matrice A.
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système :

$$(S) : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 0 \\ x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

Exercice 3 (4 points)

1) Soit n un entier naturel, on pose $S_n = 1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^n$

- a) Montrer que pour tout entier naturel n , $4^{n+1} - 3.S_n = 1$
- b) Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, l'équation $256x - 85y = 1$

2) On suppose que le prix d'achat d'un ordinateur de bureau et celui d'un ordinateur portable sont des valeurs entières exprimées en dinars.

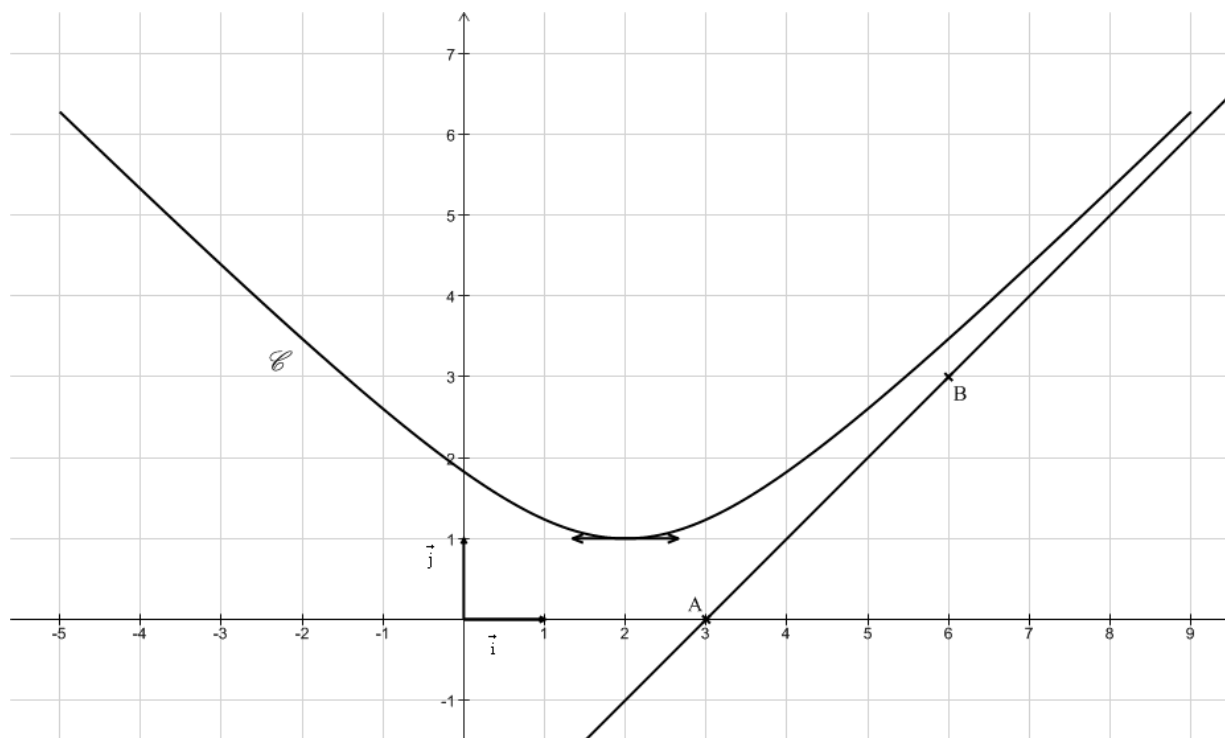
Sachant que le prix d'achat de 256 ordinateurs de bureau diminué de cinq dinars est égal au prix d'achat de 85 ordinateurs portables et que le prix d'un ordinateur de bureau est compris entre 400

dinars et 500 dinars. Déterminer le prix d'achat d'un ordinateur de bureau et celui d'un ordinateur portable.

Exercice 4 (6 points)

On désigne par f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne ci-dessous la portion de $\mathcal{C}$ représentant la restriction de f à $[-5, 9]$.



On admet que la dérivée de f garde un signe constant sur $]2, +\infty[$, que la droite $D : x = 2$ est un axe de symétrie de $\mathcal{C}$ et que la droite (AB) est une asymptote à $\mathcal{C}$ au voisinage de $+\infty$.

- 1) En exploitant le graphique ci-dessus,
 - a) dresser le tableau de variation de f .
 - b) préciser le signe de $f(x)$ pour $x \in \square$.
 - c) déterminer une équation de l'asymptote (AB) .
- 2) On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ et on désigne par $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 - a) Montrer que g est définie et dérivable sur $\square$.
 - b) Dresser le tableau de variation de g .
- 3) a) Vérifier que la droite D est un axe de symétrie de $\mathcal{C}_g$.
 - b) Justifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$ et interpréter graphiquement le résultat.
 - c) Tracer l'allure de la courbe $\mathcal{C}_g$.