

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE

EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3h

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) L'équation (E) : $21x + 4y = 25$, admet dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$
 - a) une infinité de solutions.
 - b) une seule solution.
 - c) zéro solution.
- 2) Pour tout entier naturel non nul n , PGCD ($2n, 2n + 1$) est égal à
 - a) 1.
 - b) $2n$.
 - c) $2n + 1$.
- 3) Soit n un entier naturel et $A = 1 + 3^{2n}$
Le reste de la division euclidienne de A par 4 est
 - a) 0.
 - b) 1.
 - c) 2.
- 4) L'entier $9^{2010} + 4$ est divisible par
 - a) 3.
 - b) 4.
 - c) 5.

Exercice 2 (5 points)

On considère, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation

$$(E) : z^2 - (1 - 3i)z - (4 + 3i) = 0.$$

- 1) a) Calculer $(3 + i)^2$.
b) Résoudre l'équation (E).
- 2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2 - i$, $-1 - 2i$ et $1 - 3i$.
 - a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
 - b) Montrer que OACB est un carré.

Exercice 3 (5 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par

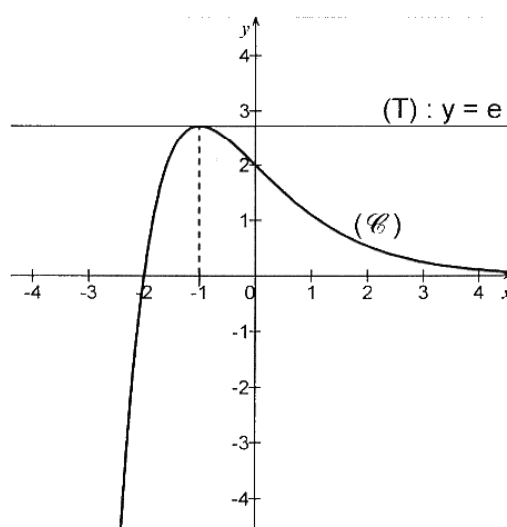
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n + 3 \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- 1) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n < 6$.
b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.
c) En déduire que (u_n) est convergente et trouver sa limite.
- 2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 6$.
a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .
b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
c) Retrouver la limite de (u_n) .

Exercice 4 (6 points)

Dans le graphique ci-contre, $(\mathcal{C})$ désigne la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On suppose que :

- l'axe des abscisses est une asymptote à $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$.
- $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$.
- La droite (T) d'équation $y = e$ est la tangente à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse -1 .



- 1) Donner par lecture graphique :
 - a) $f(-2)$, $f(0)$ et $f'(-1)$. (f' désigne la fonction dérivée de f).
 - b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.
 - c) Le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
- 2) On suppose dans la suite que pour tout réel x , $f(x) = (x + 2)e^{-x}$.
 - a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f(x) = e^{-x} - f'(x)$.
 - b) En déduire une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 - c) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe $(\mathcal{C})$, les deux axes des coordonnées et la droite d'équation $x = -2$.