

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION	SESSION DE CONTROLE	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009
SECTION :	SCIENCES DE L'INFORMATIQUE	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3 heures	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(-2, -1, 3)$, $B(1, -1, 4)$ et $C(3, 0, 1)$ et la droite Δ dont une

représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = 3 - 2\alpha \\ y = -\alpha \\ z = 1 + 3\alpha \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

- 1) Montrer que les points A, B et C définissent un plan qu'on notera P.
- 2) Répondre par vrai ou faux en justifiant à chaque fois la réponse .
 - a) Le point A appartient à la droite Δ .
 - b) $\overrightarrow{BC}$ est un vecteur directeur de Δ .
 - c) La droite Δ est parallèle au plan P.
 - d) Les droites Δ et (AB) sont orthogonales.

Exercice 2 (4 points)

A tout nombre complexe z non nul, on associe le nombre complexe $u = \frac{z-i}{z}$.

- 1) Calculer u sachant que $z = 1 - i$.
- 2) Calculer z sachant que $u = 2i$.
- 3) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que : $|u| = 1$.
- 4) Déterminer les nombres complexes z vérifiant : $\frac{z-i}{z} = -iz$.

Exercice 3 (4 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 6$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

- 1) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 3$.
 b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante ; en déduire qu'elle est convergente.
 c) Déterminer alors la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$.
- 2) On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \ln(u_n - 3)$. ($\ln$ désigne la fonction logarithme népérien).
 a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = -\ln 3$.
 b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 c) Retrouver alors la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 4 (5 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2	0

On note par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On suppose que la courbe $(\mathcal{C})$ passe par l'origine du repère et que $f'(0) = 2e$ (e est le nombre réel tel que $\ln(e) = 1$)

1) Donner sans justification :

- Un extremum de f .
- Une équation cartésienne d'une asymptote à $(\mathcal{C})$.
- Une équation cartésienne de la tangente à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 0.

2) On suppose dans la suite que $f(x) = 2x e^{1-x}$, $x \in \mathbb{R}$.

- Montrer que $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$ et donner sa direction.
- Montrer que le point de $(\mathcal{C})$ d'abscisse 2 est un point d'inflexion.
- Construire $(\mathcal{C})$.
- A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_0^1 x e^{1-x} dx$.

En déduire l'aire de la partie du plan limitée par $(\mathcal{C})$, les axes du repère et la droite d'équation $x = 1$.

Exercice 5 (3 points)

1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $4x + 5y = 7$.

- Vérifier que $(-2, 3)$ est une solution de (E).
- Résoudre l'équation (E).

2) Dans l'espace muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les plans P et Q d'équations respectives : $x + 6y - z - 8 = 0$ et $3x - y + z + 1 = 0$.

- Montrer que P et Q sont sécants suivant une droite D .
- Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$ des points de D dont les coordonnées sont des entiers.