

Ministère de l'éducation	Examen du baccalauréat + Correction	2025/2026
Prof : Kamel Maatallah	Session principale 2026	Section : Sciences de l'informatique

Exercice 1 (5 points)

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 + (1 + i\sqrt{3})z - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$.

a) Vérifier que -2 est une solution de (E) .

b) Trouver l'autre solution.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -2$, $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = -z_B$ et le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et passant par A .

2) a) Montrer que B est un point du cercle $(\mathcal{C})$.

b) Construire alors le point B puis le point C .

c) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .

3) La droite (AC) coupe l'axe imaginaire en un point D .

a) Placer le point D .

b) On pose $z_D = ia$ où a est un réel.

Montrer que $(z_A - z_C) \times \overline{(z_A - z_D)} = 2 + a\sqrt{3} + i(2\sqrt{3} - a)$.

c) En déduire que $a = 2\sqrt{3}$.

4) Montrer que le point C est le milieu du segment $[AD]$.

Exercice 2 (4 points)

1) Justifier que $\text{PGCD}(575, 75) = 25$.

2) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ les équations $(E) : 23x + 3y = 1$ et $(E') : 23x + 3y = 64$.

a) Vérifier que $(-1, 8)$ est une solution de (E) et en déduire une solution particulière de l'équation (E') .

b) Montrer que l'ensemble des solutions de (E') est $\{(-64 + 3k, 512 - 23k), k \in \mathbb{Z}\}$.

3) Un centre d'appel a acheté n écrans au prix de 575 DT l'unité et p casques au prix de 75 DT l'unité. Le coût total de cet achat s'élève à 1600 DT.

a) Montrer que (n, p) vérifie l'équation (E') .

b) Déterminer le nombre d'écrans et de casques achetés par le centre d'appel.

Exercice 3 (4 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) a) Montrer que A est inversible. (On notera A^{-1} la matrice inverse de A)

b) Calculer A^2 et en déduire que $A^2 + 4A = 5I_3$.

c) Montrer alors que $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2) On considère le système (S) suivant :
$$\begin{cases} -3x + 2y + 2z = -10 \\ 2x - 3y + 2z = 10 \\ 2x + 2y - 3z = 20 \end{cases} \quad \text{où } x, y \text{ et } z \text{ des réels.}$$

a) Donner l'écriture matricielle de (S) .

b) Résoudre alors (S) .

Exercice 4 (7 points)

I. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x+1)e^x + 1$.

1) Montrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = (x+2)e^x$.

2) a) Etudier les variations de g .

b) Déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) > 0$.

II. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x + x$.

On désigne par (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à (Γ) au voisinage de $-\infty$.

b) Etudier la position relative de (Γ) et Δ .

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2) a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

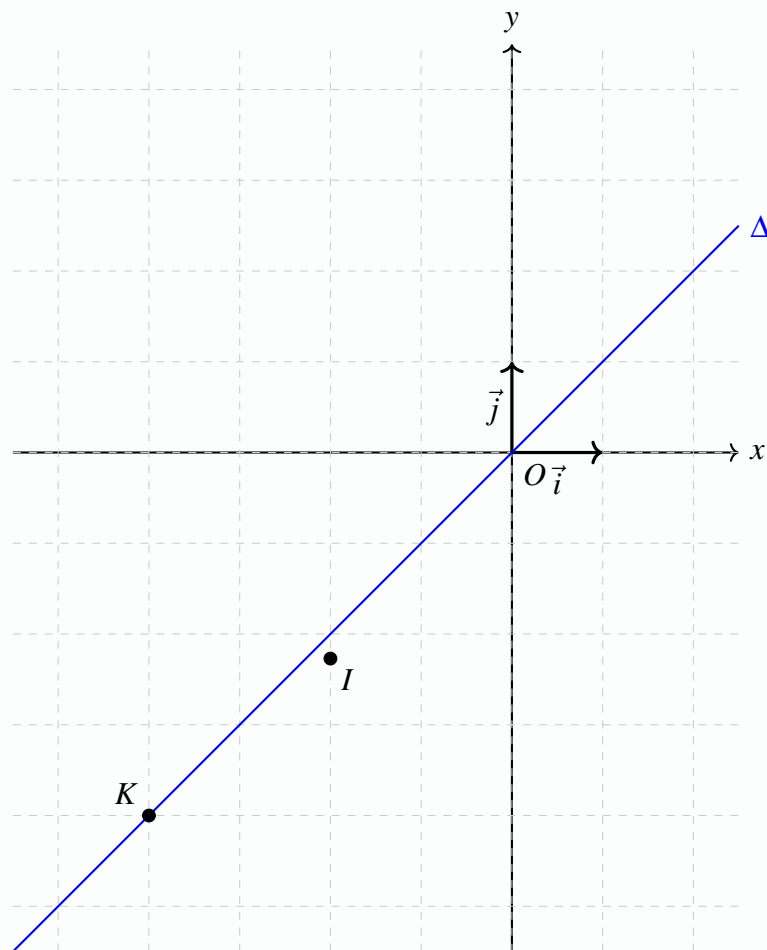
3) a) Montrer que le point $I(-2, f(-2))$ est un point d'inflexion de (Γ) .

b) On désigne par T la tangente à (Γ) au point I .

Montrer qu'une équation de T est : $y = \frac{1}{e^2} [(e^2 - 1)x - 4]$.

c) Vérifier que le point $K(-4, -4)$ est un point de T .

4) Dans l'annexe ci-jointe on a tracé dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la droite Δ et on a placé le point I . Placer le point K puis Tracer la tangente T et la courbe (Γ) .



5) Soit n un entier naturel non nul.

- a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\int_{-n}^0 x e^x dx = n e^{-n} + e^{-n} - 1$.
- b) On désigne par A_n l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par (Γ) , Δ et les droites d'équations $x = -n$ et $x = 0$.
Déterminer A_n puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n$.

Correction : Exercice 1

1) a) On a :

$$(-2)^2 + (1 + i\sqrt{3})(-2) - 2 + 2i\sqrt{3} = 4 - 2 - 2i\sqrt{3} - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$$

Donc -2 est une solution de l'équation (E) .

b) Notons z_A et z_B les deux solutions de (E) .

$$z_A + z_B = -\frac{b}{a} = -(1 + i\sqrt{3})$$

Puisque $z_A = -2$, nous obtenons :

$$-2 + z_B = -1 - i\sqrt{3} \iff z_B = 1 - i\sqrt{3}$$

L'autre solution de l'équation est donc $z_B = 1 - i\sqrt{3}$.

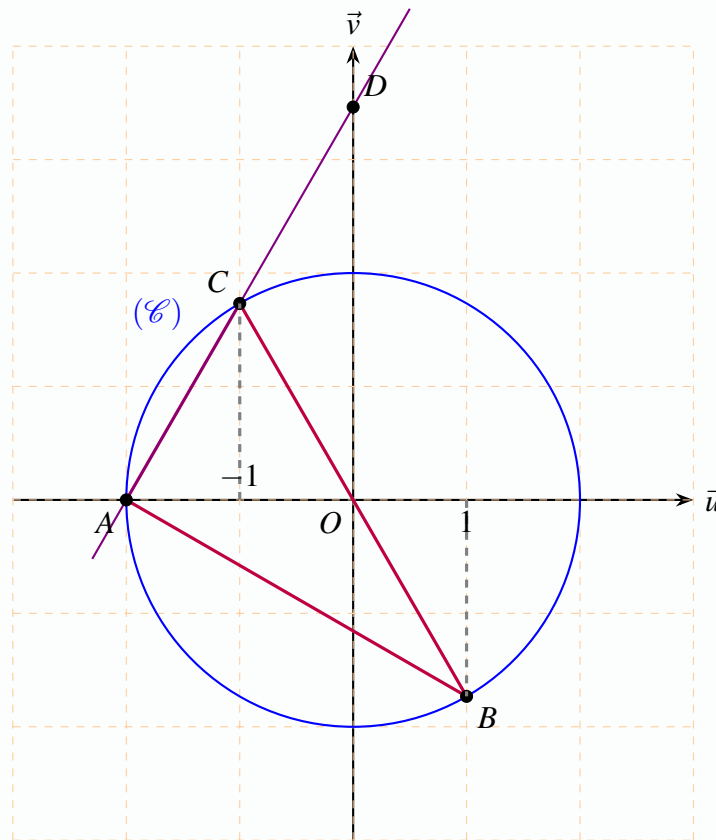
2) a) Le cercle $(\mathcal{C})$ est de centre O et passe par A . Son rayon R est égal à :

$$R = OA = |z_A| = |-2| = 2$$

$$OB = |z_B| = |1 - i\sqrt{3}| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

Comme $OB = R = 2$, le point B appartient au cercle $(\mathcal{C})$.

- b)** Le point A est placé sur l'axe des réels à l'abscisse -2 . Pour placer $B(1, -i\sqrt{3})$, on remarque que sa partie réelle vaut 1, il se situe donc sur la droite verticale $x = 1$, avec $y_B < 0$ et sur le cercle $(\mathcal{C})$ de rayon 2. Le point C est le symétrique de B par rapport à l'origine O .



- c)** Puisque $z_C = -z_B$, l'origine O est le milieu du segment $[BC]$. Par conséquent, le segment $[BC]$ constitue un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$.

Le point A appartient également au cercle $(\mathcal{C})$. Donc, le triangle ABC est rectangle en A .

- 3) a)** Le point D est positionné à l'intersection de la droite (AC) et de l'axe des ordonnées.

- b)** $z_A - z_C = -2 - (-1 + i\sqrt{3}) = -1 - i\sqrt{3}$, $z_A - z_D = -2 - ia \Rightarrow \overline{(z_A - z_D)} = -2 + ia$

$$(z_A - z_C) \times \overline{(z_A - z_D)} = (-1 - i\sqrt{3})(-2 + ia) = 2 - ia + 2i\sqrt{3} - i^2 a\sqrt{3} = 2 + a\sqrt{3} + i(2\sqrt{3} - a)$$

- c)** Les points A , C et D sont alignés par définition car D appartient à la droite (AC) . Les vecteurs $\overrightarrow{CA}$ and $\overrightarrow{DA}$ sont donc colinéaires. Donc $(z_A - z_C) \times \overline{(z_A - z_D)} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{Im}((z_A - z_C) \times \overline{(z_A - z_D)}) = 0$, d'où $(2\sqrt{3} - a) = 0 \Leftrightarrow a = 2\sqrt{3}$. L'affixe de D est donc $z_D = 2\sqrt{3}i$.

- 4)** L'affixe du milieu du segment $[AD]$: $\frac{z_A + z_D}{2} = \frac{-2 + 2\sqrt{3}i}{2} = -1 + i\sqrt{3} = z_C$.

Par conséquent, le point C est le milieu du segment $[AD]$.

1) On a :

$$575 = 75 \times 7 + 50$$

$$75 = 50 \times 1 + 25$$

$$50 = 25 \times 2 + 0$$

Le dernier reste non nul est 25. Donc, on a bien $\text{PGCD}(575, 75) = 25$.

(2ème méthode : par décomposition en facteurs premiers : $575 = 25 \times 23 = 5^2 \times 23$ et $75 = 3 \times 25 = 3 \times 5^2$. Le PGCD est $5^2 = 25$.)

2) a) Dans l'équation (E) : $23(-1) + 3(8) = -23 + 24 = 1$ Le couple $(-1, 8)$ vérifie l'équation, c'est donc une solution particulière de (E).

On multiplie l'égalité précédente par 64 : $64 \times (23(-1) + 3(8)) = 64 \times 1$

$$23(-64) + 3(512) = 64$$

Ainsi, le couple $(-64, 512)$ est une solution particulière de l'équation (E').

b) On a : $23x + 3y = 23(-64) + 3(512) \Leftrightarrow 23(x + 64) = 3(512 - y)$

On sait que 3 divise $3(512 - y)$, donc 3 divise $23(x + 64)$. Comme 3 et 23 sont premiers entre eux ($\text{PGCD}(23, 3) = 1$), d'après le théorème de Gauss, 3 divise $(x + 64)$. Il existe donc un entier $k \in \mathbb{Z}$ tel que :

$$x + 64 = 3k \implies x = -64 + 3k$$

En remplaçant $x + 64$ par $3k$ dans l'équation $23(x + 64) = 3(512 - y)$, on obtient :

$$23(3k) = 3(512 - y) \implies 23k = 512 - y \implies y = 512 - 23k$$

L'ensemble des solutions de (E') est donc bien :

$$S_{\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}} = \{(-64 + 3k, 512 - 23k), k \in \mathbb{Z}\}$$

3) a) On a : $575n + 75p = 1600$, $\text{PGCD}(575, 75) = 25$:

$$\frac{575}{25}n + \frac{75}{25}p = \frac{1600}{25}$$

$$23n + 3p = 64$$

Par conséquent, le couple (n, p) vérifie bien l'équation (E').

b) Puisque (n, p) est solution de (E'), d'après la question 2)b), il existe un entier k tel que :

$$n = -64 + 3k \quad \text{et} \quad p = 512 - 23k$$

Étant donné que n et p représentent des quantités d'objets achetés, ce sont des entiers naturels. Donc $n \geq 0$ et $p \geq 0$. On résout le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} -64 + 3k \geq 0 \implies 3k \geq 64 \implies k \geq \frac{64}{3} \approx 21.33 \\ 512 - 23k \geq 0 \implies 23k \leq 512 \implies k \leq \frac{512}{23} \approx 22.26 \end{cases}$$

$21.33 \leq k \leq 22.26$, la seule valeur entière possible pour k est : $k = 22$

$$n = -64 + 3(22) = -64 + 66 = 2 \quad \text{et} \quad p = 512 - 23(22) = 512 - 506 = 6$$

Le centre d'appel a donc acheté **2 écrans** et **6 casques**.

Correction : Exercice 3

1) a) $\det(A) = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 25$

Puisque $\det(A) = 25 \neq 0$, la matrice A est inversible.

b) $A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -8 & -8 \\ -8 & 17 & -8 \\ -8 & -8 & 17 \end{pmatrix}$

$$A^2 + 4A = \begin{pmatrix} 17 & -8 & -8 \\ -8 & 17 & -8 \\ -8 & -8 & 17 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 5I_3$$

c) $A^2 + 4A = 5I_3 \Leftrightarrow A(A + 4I_3) = 5I_3 \Leftrightarrow A \times \left[\frac{1}{5}(A + 4I_3)\right] = I_3$

On en déduit que :

$$A^{-1} = \frac{1}{5}(A + 4I_3)$$

$$A + 4I_3 = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi, on trouve :

$$A^{-1} = \frac{1}{5}(A + 4I_3) = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2) a) $(S) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix}$

L'écriture matricielle est : $A \times X = B$ Où $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix}$.

b) $(S) \Leftrightarrow A \times X = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 50 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

L'ensemble des solutions du système (S) est donc le triplet :

$$S_{\mathbb{R}^3} = \{(10, 6, 4)\}$$

Correction : Exercice 4

Partie I

1) La fonction $x \mapsto x + 1$ est une fonction affine dérivable sur $\mathbb{R}$. La fonction $x \mapsto e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. Donc, $x \mapsto (x + 1)e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. Par suite, la fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$g'(x) = (1)e^x + (x + 1)e^x + 0 = e^x(1 + x + 1) = (x + 2)e^x$$

2) a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$. Le signe de $g'(x)$ est celui de $(x + 2)$. $g'(x) = 0 \iff x + 2 = 0 \iff x = -2$. $g'(x) > 0 \iff x > -2$ et $g'(x) < 0 \iff x < -2$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x + e^x + 1) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \times +\infty + 1 = +\infty.$$

$$g(-2) = (-2+1)e^{-2} + 1 = 1 - \frac{1}{e^2} > 0.$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	1	$1 - \frac{1}{e^2}$	$+\infty$

- b)** D'après le tableau de variation, la fonction g admet un minimum absolu sur $\mathbb{R}$ atteint en $x = -2$. Ce minimum vaut $1 - \frac{1}{e^2} > 0$. On en déduit que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) > 0$.

Partie II

1) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x + x) = 0 + (-\infty) = -\infty.$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x + x - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0.$

La droite Δ d'équation $y = x$ est donc une asymptote oblique à (Γ) au voisinage de $-\infty$.

- b)** $f(x) - y = xe^x$. Comme $e^x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, le signe de $f(x) - y$ est le même que le signe de x .
- Sur $] -\infty, 0[, f(x) - y < 0 \implies (\Gamma)$ est en dessous de Δ .
 - Pour $x = 0$, $f(x) - y = 0 \implies (\Gamma)$ coupe Δ au point d'origine $(0, 0)$.
 - Sur $] 0, +\infty[, f(x) - y > 0 \implies (\Gamma)$ est au-dessus de Δ .

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^x + 1) = +\infty \times +\infty = +\infty.$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(e^x + 1)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + 1) = +\infty.$

Interprétation graphique : La courbe (Γ) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées $(O, \vec{j})$ au voisinage de $+\infty$.

- 2) a)** La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = (1)e^x + (x)e^x + 1 = e^x + xe^x + 1 = (x+1)e^x + 1 = g(x)$$

- b)** Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x) > 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- 3) a)** La dérivée seconde de f est $f''(x) = g'(x)$. D'après I.1, $f''(x) = (x+2)e^x$. $f''(x)$ s'annule en $x = -2$ et change de signe (négatif pour $x < -2$ et positif pour $x > -2$). La courbe admet donc un point d'inflexion au point d'abscisse -2 . Son ordonnée est $f(-2) = -2e^{-2} - 2$. On a $I(-2, -2e^{-2} - 2)$ comme point d'inflexion.

- b)** L'équation de la tangente T au point I est :

$$y = f'(-2)(x - (-2)) + f(-2)$$

On sait que $f'(-2) = g(-2) = 1 - e^{-2} = \frac{e^2-1}{e^2}$. Et $f(-2) = -2e^{-2} - 2 = \frac{-2}{e^2} - \frac{2e^2}{e^2} = \frac{-2-2e^2}{e^2}$.

$$y = \left(\frac{e^2-1}{e^2} \right) (x+2) + \frac{-2-2e^2}{e^2} = \frac{1}{e^2} [(e^2-1)x + 2(e^2-1) - 2 - 2e^2]$$

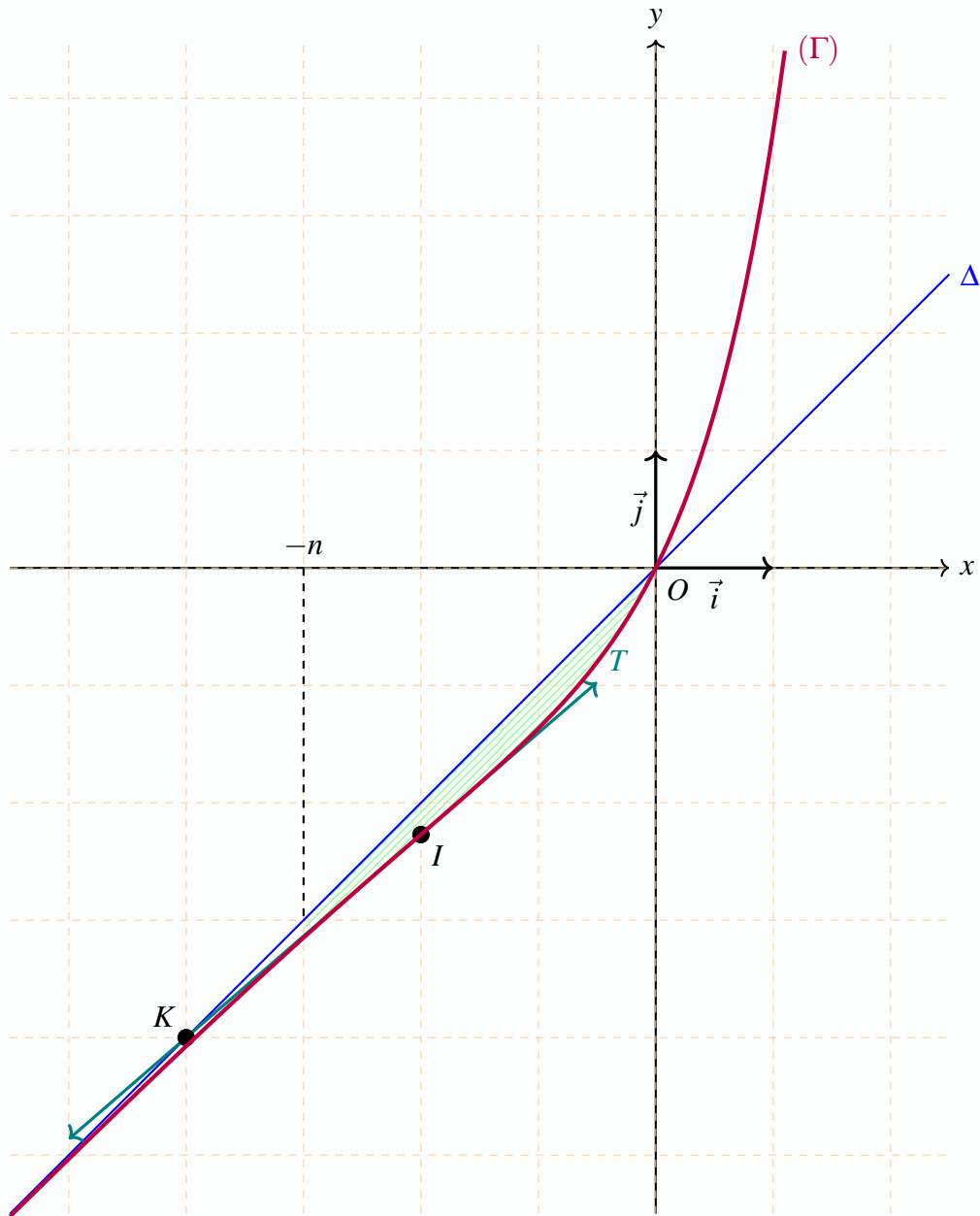
$$y = \frac{1}{e^2} [(e^2-1)x + 2e^2 - 2 - 2 - 2e^2] = \frac{1}{e^2} [(e^2-1)x - 4]$$

c) Pour $x = -4$ on a :

$$y = \frac{1}{e^2} [(e^2-1)(-4) - 4] = \frac{1}{e^2} [-4e^2 + 4 - 4] = \frac{-4e^2}{e^2} = -4$$

Donc le point $K(-4, -4)$ appartient à la tangente T .

4) La courbe :



5) a) On utilise une intégration par parties : $\int_{-n}^0 x e^x dx$. Posons :

$$u(x) = x \implies u'(x) = 1$$

$$v'(x) = e^x \implies v(x) = e^x$$

Les fonctions u et v sont dérivables et leurs dérivées sont continues sur $[-n, 0]$.

$$\int_{-n}^0 xe^x dx = [xe^x]_{-n}^0 - \int_{-n}^0 1 \cdot e^x dx$$

$$\int_{-n}^0 xe^x dx = (0 - (-n)e^{-n}) - [e^x]_{-n}^0 = ne^{-n} - (e^0 - e^{-n}) = ne^{-n} - (1 - e^{-n}) = ne^{-n} + e^{-n} - 1$$

b)

$$\mathcal{A}_n = \int_{-n}^0 |f(x) - x| dx$$

D'après la question II.1.b, pour tout $x \in]-\infty, 0[$, la courbe est en dessous de Δ , donc $f(x) - x \leq 0$.
Par conséquent, $|f(x) - x| = x - f(x) = -xe^x$.

$$\mathcal{A}_n = \int_{-n}^0 -xe^x dx = - \left(\int_{-n}^0 xe^x dx \right) = - (ne^{-n} + e^{-n} - 1) = 1 - ne^{-n} - e^{-n} \text{ (en u.a.)}$$

On a : $\lim_{n \rightarrow +\infty} ne^{-n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{e^n} = 0$. De plus, $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} = 0$. Donc :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{A}_n = 1 - 0 - 0 = 1 \text{ (en u.a.)}$$